

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

УДК [517.972.7+519.25+519.6+536.2]:[550.832.6+550.8.056]

doi: 10.26907/2541-7746.2024.2.238-249

**ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ИНТЕРПРЕТАЦИИ
РЕЗУЛЬТАТОВ ТЕРМОМЕТРИИ ИЗОЛИРОВАННОГО
УЧАСТКА НАГНЕТАТЕЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ
К ПОГРЕШНОСТИ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ**

*К.А. Поташев¹, Д.Р. Салимьянова², А.Б. Мазо¹,
А.А. Давлетшин³, А.В. Костерин¹*

¹Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, 420008, Россия

²Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»,
г. Москва, 123182, Россия

³ООО «НПП «Черный ключ», г. Казань, 420141, Россия

Аннотация

Поставлены и решены обратные задачи определения длительности работы нагнетательной скважины и теплофизических параметров пласта по результатам термометрии на непроницаемом участке скважины. Исследованы устойчивость алгоритмов решения задач и их чувствительность к погрешности исходных данных: замеров температуры и задания теплофизических свойств.

Ключевые слова: нефтяной пласт, термометрия, погрешность измерений, геологическая неопределённость, обратная задача, численное моделирование

Введение

Актуальной проблемой заводнения нефтяных пластов является непроизводительная закачка, когда нагнетаемая через скважину вода проникает в нецелевые пропластки. Это может возникать, например, при нарушении герметичности эксплуатационной колонны или повреждении целостности породы пласта при повышенном давлении нагнетания воды. При определении интервалов гидродинамической связи ствола нагнетательной скважины с пластом одним из надежных методов является термометрия – измерение температуры вдоль ствола скважины в процессе ее работы и последующей остановки, когда температура в стволе восстанавливается до уровня пластовой [1–4].

Интерпретация набора термограмм относится к классу обратных задач [5], поиск решения которых осложняется неопределенностью в исходных данных [6, 7]. Такой неопределенностью могут обладать не только теплофизические свойства (ТФС) пласта, но и показатели работы скважины. В настоящей работе рассмотрены задачи уточнения длительности работы скважины и температуропроводности

пласта по результатам термометрии на уровне верхнего непроницаемого интервала скважины. Уточнённые таким образом исходные данные впоследствии повышают корректность задачи интерпретации термограмм вдоль всего ствола скважины, содержащего перфорированные участки. В условиях отсутствия конвективного теплообмена скважины с пластом на этом интервале распределение температуры в породе определяется только теплопроводностью. Поэтому при интерпретации термометрии здесь упрощается постановка задачи, сокращается число ее параметров и повышается достоверность решения соответствующей обратной задачи.

1. Прямая задача

Прямая задача моделирует процесс распространения температурного возмущения в пласте при контакте с непроницаемой стенкой вертикальной нагнетательной скважины и последующее восстановление температуры в стволе скважины до пластовой после ее остановки. В предположении достаточной удалённости данного интервала скважины от участков ее гидродинамической связи с пластом полагаем, что процесс теплопередачи происходит лишь за счёт теплопроводности, а вертикальный градиент температуры пренебрежимо мал, что позволяет перейти к одномерной радиальной постановке в горизонтальной плоскости без учета вертикального теплообмена.

На основе решения задачи необходимо получить зависимость от времени температуры в скважине после ее остановки – кривую восстановления температуры.

Уравнение теплопроводности в рассматриваемой горизонтальной плоскости в однородном пласте в предположении осевой симметрии процесса имеет вид [2, 8]

$$c_s \rho_s \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda_s}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad r > r_w, \quad (1)$$

где r – расстояние от оси скважины до точки в пласте (м); t – время (с); T – температура пласта, средняя по высоте моделируемого слоя (К); c – удельная теплоемкость (Дж/(кг·К)); ρ – плотность (кг/м³); λ – теплопроводность (Вт/(м·К)); r_w – внешний радиус стенки скважины (м); индекс s означает принадлежность параметра к объёму пласта.

В начальный момент времени ($t = 0$) на удалении от скважины температура в пласте совпадает с начальной T_G .

Уравнение (1) справедливо на двух интервалах времени: в период работы скважины $0 < t < t_0$, когда через ее ствол проходит вода постоянной температуры T_w , и в период простоя скважины $t_0 < t < t_1$, когда температура воды в скважине постепенно восстанавливается до пластовой T_G .

Для решения задачи в период $0 < t < t_0$ работы скважины примем условия:

$$\begin{aligned} t = 0 : T &= T_G, \\ r = r_w : T &= T_w, \\ r \rightarrow \infty : T &= T_G. \end{aligned} \quad (2)$$

В период $t_0 < t < t_1$ бездействия скважины используем иные условия:

$$\begin{aligned} t = t_0 : T(r) &= T_0(r), \\ r = r_w : \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\beta a}{r_w} \frac{\partial T}{\partial r}, \quad a = \frac{\lambda_s}{c_s \rho_s}, \quad \beta = 2 \frac{c_s \rho_s}{c_w \rho_w}, \\ r \rightarrow \infty : T &= T_G. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь нижним индексом w обозначены теплофизические свойства жидкости в скважине. Второе граничное условие в (3) получено из баланса теплового потока через стенку скважины и скорости изменения средней в стволе температуры воды. С помощью характерных масштабов времени, координаты и разницы температур

$$t^0, \quad R = \sqrt{t^0 \frac{\lambda_s}{c_s \rho_s}} = \sqrt{t^0 \eta}, \quad \Delta T = T_w - T_G$$

введем безразмерные переменные

$$\bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{r}_w = \frac{r_w}{R}, \quad \bar{t} = \frac{t}{t^0}, \quad \theta = \frac{T - T_G}{\Delta T}, \quad \theta_0 = \frac{T_0 - T_G}{\Delta T}. \quad (4)$$

При типичных значениях

$t^0 \sim 1$ мес., $\lambda_s \sim 1$ Вт/(м·К), $c_s \sim 10^3$ Дж/(кг·К), $\rho_s \sim 10^3$ кг/м³, $r_w \approx 0.1$ м характерный радиус температурного возмущения имеет порядок $R \sim 1$ м и безразмерный радиус скважины $\bar{r}_w \approx 0.1$.

Опустив в дальнейшем черту в обозначении безразмерных переменных (4), уравнение (1) и условия (2), (3) перепишем в виде

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r}, \quad r > r_w, \quad (5)$$

$$t = 0 : \theta(r) = 0; \quad r = r_w : \theta = 1; \quad r \rightarrow \infty : \theta = 0, \quad (6)$$

$$t = t_0 : \theta(r) = \theta_0(r; t_0); \quad r = r_w : \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\beta}{r_w} \frac{\partial \theta}{\partial r}; \quad r \rightarrow \infty : \theta = 0. \quad (7)$$

Решение задачи (5), (6) имеет вид [8, 9]

$$\theta(t, r) = \frac{\text{Ei}(-r^2/4t)}{\text{Ei}(-r_w^2/4t)}$$

и определяет запись начального условия в (7):

$$\theta_0(r; t_0) = \frac{\text{Ei}(-r^2/4t_0)}{\text{Ei}(-r_w^2/4t_0)}. \quad (8)$$

Распределение температуры в пласте (8) при разной длительности t_0 работы скважины показано на рис. 1 а).

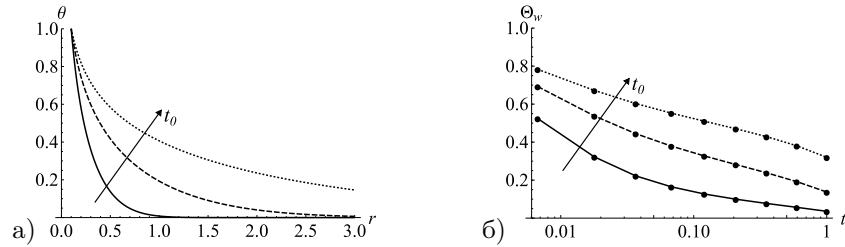


Рис. 1. а) Профиль температуры в пласте и б) восстановление температуры в скважине в период ее простоя при $t_0 = 0.1; 1; 10$

Задачу (5), (7) решали численно. Из ее решения, которое обозначим $\Theta(r, t; t_0)$, определяется динамика восстановления температуры в период простоя скважины $\Theta_w(t; t_0) = \Theta(r_w, t; t_0)$ (рис. 1 б)).

2. Обратная задача

2.1. Постановка обратной задачи. На практике после остановки скважины, то есть при $t_0 < t < t_1$, производят замеры температуры Θ_{wj} в ее стволе в моменты времени t_j . Для уточнения длительности t_0 работы скважины может быть поставлена обратная задача – отыскание значения t_0^a , доставляющего минимум функции невязки между расчётными значениями температуры в скважине $\Theta_w(t_j; t_0)$ и ее замерами [10]:

$$\Omega(t_0^a) = \min_{0 < t_0 < t_0^{\max}} \Omega(t_0), \quad (9)$$

$$\Omega(t_0) = \frac{1}{2N} \sum_{j=1}^N (\Theta_w(t_j; t_0) - \Theta_{wj})^2, \quad (10)$$

где $t_0^{\max}$ – допустимый верхний предел искомого параметра t_0 ; N – число замеров температуры.

Заметим, что величина t_0^a является лишь приближением к точному значению t_0 в силу упрощений при записи математической постановки прямой задачи, а также погрешностей в исходных теплофизических параметрах системы и замерах температуры. Поэтому для поиска t_0^a применим метод подбора приближённого квазирешения (9) [5].

Для применения градиентных методов минимизации (9) определим производную функции (10) по параметру t_0 :

$$\Omega'(t_0) = \frac{\partial \Omega}{\partial t_0} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [(\Theta_w(t_j; t_0) - \Theta_{wj}) \Theta'(t_j; t_0)], \quad (11)$$

а также введем обозначение

$$\Theta'(t_j; t_0) = \frac{\partial \Theta_w(t_j; t_0)}{\partial t_0}. \quad (12)$$

Для вычисления функции (12) необходимо продифференцировать задачу (5), (7) по параметру t_0 :

$$\frac{\partial \Theta'}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Theta'}{\partial r} \right), \quad \tau > 0, \quad r > r_w, \quad (13)$$

$$\tau = 0: \quad \Theta' = \theta'_0(r; t_0), \quad \theta'_0(r; t_0) = \frac{\partial \theta_0(r; t_0)}{\partial t_0}, \quad (14)$$

$$r = r_w: \quad \frac{\partial \Theta'}{\partial \tau} = \frac{\beta}{r_w} \frac{\partial \Theta'}{\partial r}; \quad r \rightarrow \infty: \quad \Theta' = 0. \quad (15)$$

Здесь введено обозначение локального времени, отсчитываемого с момента остановки скважины: $\tau = t - t_0$, $t_0 < t < t_1$.

Задача (13)–(15) аналогична задаче (5), (7) и решалась численно.

2.2. Метод решения обратной задачи. В качестве метода первого порядка для решения задачи (9) был использован метод Нестерова [11]. Этот алгоритм обеспечивает сходимость $O(1/k^2)$, неулучшаемую для выпуклых непрерывно-дифференцируемых функций для любых итеративных методов [12, 13]. Метод на каждой итерации реализует комбинацию градиентного спуска и «инерционного» шага:

$$t_0^{k+1} = t_0^k - \lambda (t_0^{k-1} - t_0^k) - \alpha \Omega' (t_0^k - \lambda (t_0^{k-1} - t_0^k)), \quad \alpha > 0, \quad \lambda \in [0, 1], \quad (16)$$

где t_0^k – приближенное решение на шаге k ; α – длина шага градиентного спуска; λ – длина инерционного шага.

Подбор коэффициентов α и λ , приводящих к максимальному сокращению числа итераций метода, является отдельной задачей и зависит от поведения минимизируемой функции. Оценочные расчеты показали, что эффективность метода существенно зависит от выбора α , оптимальное значение которого лежит в широком диапазоне и зависит от начального приближения. Таким образом, даже для данной конкретной задачи выбор единого коэффициента α затруднен. Для устранения указанной проблемы был реализован алгоритм автоматического масштабирования величины α при выходе приближенного решения за границы интервала поиска или при смене направления итерационного шага с одновременным его увеличением. Это исключает необходимость заранее определять оптимальный коэффициент α , и задача настройки алгоритма сводится к определению лишь одного параметра λ .

В модельных расчетах в качестве замеров температуры Θ_{wj} задавали значения $\Theta_w(t_j)$, вычисленные для заранее заданной величины t_0^e на логарифмической сетке моментов времени $t_j, N = 10$ (рис. 16)). Расчеты показали, что коэффициент λ следует задавать вблизи значения 0.1, что на 5–10 % сокращает число итераций по сравнению с методом градиентного спуска (без инерции). Кроме того, установлено, что применение метода первого порядка (16) для решения задачи (9) сокращает число итераций в среднем в 3 раза по сравнению с методом золотого сечения, выбранного среди одномерных методов минимизации, работающих по принципу последовательного сокращения интервала, как наиболее эффективно, применимого для непрерывных унимодальных функций с независимыми от их свойств сходимостью и эффективностью [14]. В силу равноценности алгоритмов решения задач (5), (7) и (13)–(15) машинное время, затрачиваемое на итерацию методов нулевого и первого порядков, эквивалентно.

3. Результаты

В реальных условиях измерение температуры в скважине сопровождается наличием инструментальной погрешности или воздействием внешних факторов, вносящих искажения в полученные данные [15,16]. В свою очередь, неточность замеров будет оказывать влияние на достоверность полученного решения обратной задачи.

В качестве имитации искажения замеров температуры произведено «защумление» [6] в моменты времени t_j «точного» решения Θ_w задачи (5), (7) при заданном $t_0^e = 1$:

$$\Theta_{wj} = \Theta_w(t_j; t_0^e) + \xi_j, \quad j = \overline{1, N}.$$

Предполагали, что $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ – независимые нормально распределённые случайные величины, $\xi_i \sim N(0, \sigma^2)$, причем $\sigma \in [0, 1]$, то есть не превосходит общий перепад температуры.

На рис. 2 а) показано поведение точного решения $\Theta_w(t)$ и замеров Θ_{wj} с уровнем шума $2\sigma = 0.01$ и $2\sigma = 0.1$. Влияние уровня шума на минимизируемую функцию (10) представлено на рис. 2 б): погрешность замеров температуры приводит к искажению точки минимума t_0^a функции Ω по сравнению с точным значением t_0^e . При этом можно отметить, что наличие шума в замерах не изменяет поведение функции Ω , поэтому алгоритм оптимизации не требует повторного подбора параметров. Для статистического исследования поведения решения в условиях искаженных данных при каждом уровне шума 2σ выполнялось по 1000 реализаций набора величин $\xi_j, j = \overline{1, N}$, и оценивалась погрешность получаемого решения

для каждой реализации:

$$\varepsilon = \frac{t_0^a - t_0^e}{t_0^e}. \quad (17)$$

Очевидно, что ε – случайная величина. Ее распределение может быть описано нормальным законом $N(\mu, s^2)$ согласно критерию Лиллиефорса [17]. Для неизвестных параметров μ, s^2 на уровне значимости 0.05 получены оценки [7] (рис. 3 а)). Заметим, что увеличение уровня шума замеров 2σ на 1 % приводит в среднем к росту стандартного отклонения погрешности решения на 2 %, то есть $s \approx 4\sigma$. Погрешность измерений в некоторой степени можно компенсировать увеличением числа замеров (рис. 3 б)). Проведенные исследования решения задачи в широком диапазоне уровня шума показали, что основное снижение ε достигается уже для 10 замеров температуры.

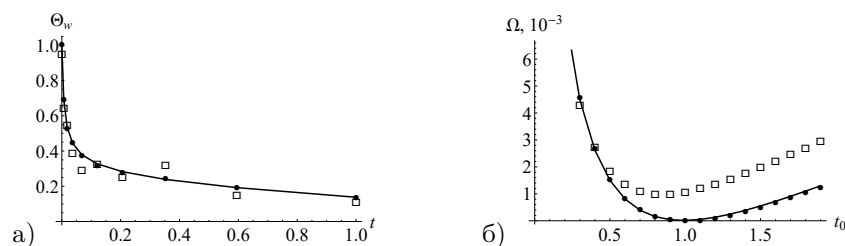


Рис. 2. Влияние шума замеров температуры с уровнем $2\sigma = 0.01$ (●) и $2\sigma = 0.1$ (□) на: а) кривую восстановления температуры и б) минимизируемый функционал $\Omega(t_0)$

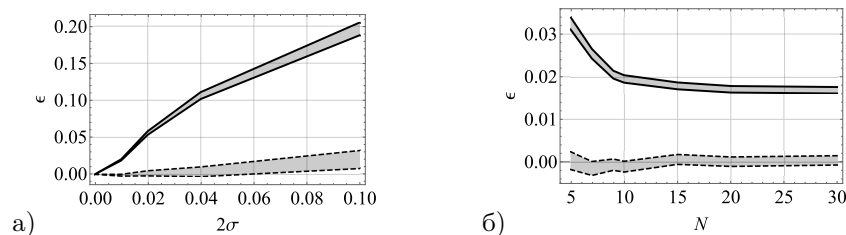


Рис. 3. Доверительные интервалы параметров μ (пунктирная линия) и s (сплошная линия) распределения ε в зависимости от: а) уровня шума при $N = 10$ и б) числа замеров при $2\sigma = 0.01$

Рассмотрим теперь влияние на точность решения задачи (9) погрешности задания ТФС, которая может быть связана с точностью как измерительного оборудования, так и используемой методики расчета ТФС [15, 18]. Согласно постановке задачи (5)–(7) и нормировке (4) исходными теплофизическими параметрами задачи являются коэффициент температуропроводности η , определяющий линейный масштаб задачи R и, следовательно, границы расчётной области, и коэффициент теплопередачи β , входящий в граничное условие (7).

Введем коэффициенты искажения $C_\eta, C_\beta > 0$ указанных параметров следующим образом:

$$\tilde{\eta} = C_\eta \eta, \quad \tilde{\beta} = C_\beta \beta,$$

где η, β и $\tilde{\eta}, \tilde{\beta}$ – точные и искаженные значения соответственно. Варьируя по отдельности коэффициенты C_η, C_β в отсутствии зашумления замеров температуры, мы выполнили серию решений обратной задачи (9) с определением приближенного

значения t_0^a . Величина ε , вычисленная по формуле (17), показывает чувствительность задачи определения длительности работы нагнетательной скважины к неточности задания ТФС (рис. 4). Видно, что задача малочувствительна к изменению теплопередачи через стенку скважины и, наоборот, при двухкратном искажении температуропроводности искомая величина длительности работы скважины будет отклоняться от истинного значения на 20–30 %.

На практике надежное определение длительности работы скважины t_0 может быть реализовано с привлечением дополнительной информации об истории ее работы, тогда как ТФС пласта, как правило, являются слабоизученными и могут варьироваться в широких диапазонах. Поэтому в условиях известного значения t_0 и заданных результатов термометрии Θ_{wj} можно решить аналогичную (9), (10) обратную задачу – по определению ТФС, в первую очередь, температуропроводности пласта. Параметр η , уточненный таким образом, может использоваться для повышения точности решения основной задачи термометрии – локализации и оценки интенсивности участков поглощения пластом нагнетаемой воды. На рис. 5 показана зависимость относительной погрешности ϵ_η определения величины η от искажения замеров температуры при $N = 10$.

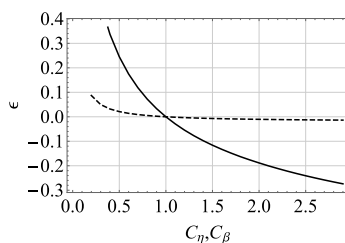


Рис. 4. Чувствительность задачи определения длительности работы скважины к искажению значений коэффициентов температуропроводности (сплошная линия) и теплообмена (пунктирная линия)

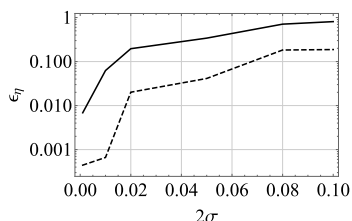


Рис. 5. Стандартное (сплошная линия) и среднее (пунктирная линия) отклонения величины ϵ_η в зависимости от уровня шума замеров температуры

Заключение

Представлены обратные задачи интерпретации термометрии нагнетательной скважины на изолированном участке ствола для определения длительности ее работы и уточнения теплофизических параметров пласта.

Прямая задача теплопроводности сведена к одномерной осесимметричной постановке в слое в пренебрежении вертикальным теплообменом с прилегающими слоями пласта.

Для решения обратной задачи определения длительности работы скважины получена постановка прямой задачи относительно производной поля температуры, что позволяет применять градиентные методы минимизации. В качестве такого метода реализован метод Нестерова. Разработан алгоритм автоматического масштабирования одного из двух параметров метода (длины шага) и найдено оптимальное значение второго параметра (инерционного шага), повышающее эффективность метода на 10–15 % при решении рассматриваемой задачи.

Показана устойчивость алгоритма к возмущению исходных данных по замерам температуры и теплофизическим свойствам. Оценки чувствительности показали, что погрешность измерений температуры на уровне 1 % приводит к стандартному отклонению решения порядка 2 % от истинного значения. Тот же уровень погрешности достигается при завышении или занижении теплопроводности примерно на 15 %. Чувствительность решения к погрешности в коэффициенте теплообмена между пластом и скважиной вблизи характерных величин незначительна – при двухкратном его искажении ошибка определения длительности работы скважины не превосходит 1.5 %. Для снижения погрешности интерпретации термометрии до уровня 1 % достаточно выполнять замеры температуры с погрешностью, не превосходящей 0.25 % при точно заданных теплофизических свойствах пласта, либо при точном измерении температуры задавать теплопроводность горной породы с погрешностью менее 3 %, что в реальных условиях практически нереализуемо.

Показано, что увеличение числа замеров температуры снижает чувствительность к погрешности ее измерения, при этом основной эффект достигается при 10 замерах, и дальнейшее увеличение их числа нецелесообразно.

Выполнено исследование устойчивости алгоритма и чувствительности решения обратной задачи определения теплопроводности пласта при заданной длительности работы скважины относительно погрешности измерений температуры. Показано, что погрешность измерений температуры на уровне 1 % приводит к стандартному отклонению решения порядка 6 % от истинного значения.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке НИЦ «Курчатовский институт» в рамках государственного задания FNEF-2024-0016.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы

1. Проселков Ю.М. Теплопередача в скважинах. М.: Недра, 1975. 223 с.
2. Пудовкин М.А., Саламатин А.Н., Чугунов В.А. Температурные процессы в действующих скважинах. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1977. 167 с.
3. Witterholt E.J., Tixier M.R. Temperature logging in injection wells // Proc. Fall Meet. of the Society of Petroleum Engineers of AIME, San Antonio, TX, Oct. 8–11, 1972. Art. SPE-4022-MS. <https://doi.org/10.2118/4022-MS>.
4. Филиппов А.И., Ахметова О.В. Температурное поле в пласте и скважине. Уфа: АН РБ, Гилем, 2011. 336 с.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974. 288 с.
6. Özisik M.N., Orlande H.R.B. Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications. 2nd ed. Ser: Heat Transfer. Boca Raton, FL: CRC Press, 2021. 297 p. <https://doi.org/10.1201/9781003155157>.

7. Байков В.А., Бакиров Н.К., Яковлев А.А. Математическая геология. Том I. Введение в геостатистику. Ижевск: ИКИ, 2012. 228 с.
8. Мазо А.Б. Основы теории и методы расчёта теплопередачи: учебное пособие. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2013. 149 с.
9. Баренблатт Г.И. Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. Теория и приложения к геофизической гидродинамике. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 256 с.
10. Салимьянова Д.Р., Поташев К.А., Мазо А.Б., Давлетишин А.А. Оценка длительности работы нагнетательной скважины по результатам термометрии в условиях неопределённости исходных данных // Тез. докл. XVI науч.-практ. межд. конф. Матем. моделир. и комп. техн. в проц. разраб. месторожд. М.: Нефтяное хозяйство, 2024. С. 38–39.
11. Нестеров Ю.Е. Метод решения задачи выпуклого программирования со скоростью сходимости $O(1/k^2)$ // Докл. АН СССР. 1983. Т. 269, № 3. С. 543–547.
12. Невмировский А.С. Сложность задач и эффективность методов оптимизации. М.: Наука, 1979. 384 с.
13. Костюк Ф.В. Метод тяжёлого шарика в задачах безусловной оптимизации непрерывно-дифференцируемых функций с ограниченными множествами Лебега // Моделир., декомп. и оптим. сложн. динам. проц. 2019. Т. 34, № 1 (34). С. 151–159. <https://doi.org/10.14357/24098639190112>.
14. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Пер. с англ. М.: Мир, 1985. 510 с.
15. Яковлев Б.А. Решение задач нефтяной геологии методами термометрии. М.: Недра, 1979. 138 с.
16. Hill A.D. Production Logging: Theoretical and Interpretive Elements. 2nd ed. Monograph Ser. V. 14. Richardson, TX: Soc. Pet. Eng., 2021. 256 p. <https://doi.org/10.2118/9781613998243>.
17. Lilliefors H.W. On the Kolmogorov–Smirnov test for normality with mean and variance unknown // J. Am. Stat. Assoc. 1967. V. 62, No 318. P. 399–402. <https://doi.org/10.1080/01621459.1967.10482916>.
18. Середкин И.Н. Методы измерения теплофизических свойств горных пород // ГИАБ. 2015. № S63. С. 249–255.

Поступила в редакцию 26.05.2024

Принята к публикации 30.05.2024

Поташев Константин Андреевич, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой аэрогидромеханики Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского

Казанский (Приволжский) федеральный университет

ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия

E-mail: KPotashev@mail.ru

Салимьянова Дилара Радиковна, магистрант, младший научный сотрудник

Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»

ул. Академика Курчатова, д. 1, г. Москва, 123182, Россия

E-mail: DiRSalimyanova@kpfu.ru

Мазо Александр Бенцианович, доктор физико-математических наук, профессор

Казанский (Приволжский) федеральный университет

ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия

E-mail: ABMazo1956@mail.ru

Давлетшин Алексей Анисович, директор

ООО «НПП «Черный ключ»

ул. Юлиуса Фучика, д. 99 А, г. Казань, 420141, Россия

E-mail: *blackey@inbox.ru*

Костерин Александр Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, действительный член РАЕН, профессор-консультант Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского

Казанский (Приволжский) федеральный университет

ул. Кремлевская, д. 18, г. Казань, 420008, Россия

E-mail: *Alexander.Kosterin@kpfu.ru*

ISSN 2541-7746 (Print)

ISSN 2500-2198 (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.

SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI

(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2024, vol. 166, no. 2, pp. 238–249

ORIGINAL ARTICLE

doi: 10.26907/2541-7746.2024.2.238-249

**Sensitivity to Initial Data Errors in Interpreting
Temperature Logging of an Isolated Injection Well Segment**

K.A. Potashev^{a}, D.R. Salimyanova^{b**}, A.B. Mazo^{a***},
A.A. Davletshin^{c****}, A.V. Kosterin^{a*****}*

^a Kazan Federal University, Kazan, 420008 Russia

^b National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, 123182 Russia

^c OOO NPP “Chernyi Klyuch”, Kazan, 420141 Russia

E-mail: **KPotashev@mail.ru*, ***DiRSalimyanova@kpfu.ru*, ****ABMazo1956@mail.ru*,

*****blackey@inbox.ru*, ******Alexander.Kosterin@kpfu.ru*

Received May 26, 2024; Accepted May 30, 2024

Abstract

This study considers the inverse problems inherent in interpreting temperature logging data from an isolated segment of the injection well in order to ascertain its operating period and the thermophysical properties of the oil reservoir.

The forward problem of thermal conductivity was reduced to a one-dimensional axisymmetric formulation within the oil reservoir layer, disregarding the vertical thermal exchange with neighboring layers.

The inverse problem of determining the well operating period was solved by reformulating the forward problem with regard to the temperature field derivative, which enabled the use of first-order optimization methods. Thus, Nesterov’s method was applied. An algorithm to automatically scale one of the method’s parameters (step length) was developed, and the optimal value of the second parameter (inertial step) was calculated. This increased the efficiency of the method by 10–15 % in solving the problem under consideration.

The algorithm’s stability against perturbations in the initial data on temperature and thermophysical properties was demonstrated. The sensitivity analysis revealed that a 1 % error in the temperature measurements results in a standard deviation of the solution, which is about 2 % from the true value of the well operating period. A similar level of error was seen when the thermal diffusivity was over- or underestimated by approximately 15 %. The solution was little sensitive to variations in the heat transfer coefficient between the oil reservoir and the well

at characteristic magnitudes; even with a twofold distortion, the error in the determination of the well operating period did not exceed 1.5 %. To mitigate the error in thermometry interpretation to 1 %, temperature measurements must have an error margin of no more than 0.25 %, alongside precisely specified thermophysical properties of the oil reservoir, or, alternatively, when temperature is measured accurately, the rock thermal diffusivity must be set within an error margin of less than 3 %, but it is nearly impossible under real conditions.

Increasing the number of temperature measurements diminishes the sensitivity to measurement errors, with the optimal efficacy achieved at 10 measurements, rendering further increments impractical.

Therefore, the algorithm's stability and the solution's sensitivity of the inverse problem of determining the reservoir thermal diffusivity for a given operating period of the well relative to temperature measurement errors were found. The results show that a 1 % error in temperature measurements leads to a standard deviation of about 6 % from the true value.

Keywords: oil reservoir, temperature logging, measurement error, geological uncertainty, inverse problem, numerical modeling

Acknowledgements. This study was supported by the National Research Centre "Kurchatov Institute" as part of state assignment no. FNEF-2024-0016.

Conflicts of Interest. The authors declare no conflicts of interest.

Figure Captions

Fig. 1. a) Temperature profile of the oil reservoir and b) temperature recovery during the well downtime at $t_0 = 0.1; 1; 10$.

Fig. 2. Influence of the temperature measurement noise with levels $2\sigma = 0.01$ (●) and $2\sigma = 0.1$ (□) on: a) the temperature recovery curve and b) the minimized functional $\Omega(t_0)$.

Fig. 3. Confidence intervals for the parameters μ (dashed line) and s (solid line) of the distribution ε depending on: a) noise level at $N = 10$ and b) the number of measurements at $2\sigma = 0.01$.

Fig. 4. Sensitivity of the problem of determining the operating period of the well to distortions in the values of the thermal diffusivity (solid line) and heat exchange (dashed line) coefficients.

Fig. 5. Standard (solid line) and mean (dashed line) deviation of ϵ_η depending on the noise level and temperature measurements.

References

1. Proselkov Yu.M. *Teploperedacha v skvazhinakh* [Heat Transfer in Wells]. Moscow, Nedra, 1975. 223 p. (In Russian)
2. Pudovkin M.A., Salamatin A.N., Chugunov V.A. *Temperaturnye protsessy v deistvuyushchikh skvazhynakh* [Thermal Processes in Active Wells]. Kazan, Izd. Kazan. Univ., 1977. 167 p. (In Russian)
3. Witterholt E.J., Tixier M.R. Temperature logging in injection wells. *Proc. Fall Meet. of the Society of Petroleum Engineers of AIME, San Antonio, TX, Oct. 8–11, 1972*. Art. SPE-4022-MS. <https://doi.org/10.2118/4022-MS>.
4. Filippov A.I., Akhmetova O.V. *Temperaturnoe pole v plaste i skvazhine* [Temperature Field in the Oil Reservoir and Well]. Ufa, Akad. Nauk Resp. Bashk., Gilem, 2011. 336 p. (In Russian)
5. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Solutions of Ill-Posed Problems]. Moscow, Nauka, 1974. 288 p. (In Russian)
6. Özisik M.N., Orlande H.R.B. *Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications*. 2nd ed. Ser: Heat Transfer. Boca Raton, FL, CRC Press, 2021. 297 p. <https://doi.org/10.1201/9781003155157>.

7. Baikov V.A., Bakirov N.K., Yakovlev A.A. *Matematicheskaya geologiya* [Mathematical Geology]. Vol. I: Introduction to geostatistics. Izhevsk, IKI, 2012. 228 p. (In Russian)
8. Mazo A.B. *Osnovy teorii i metody rascheta teploperedachi: uchebnoe posobie* [Fundamentals of Heat Transfer Theory and Calculation Methods: A Study Guide]. Kazan, Izd. Kazan. Univ., 2013. 149 p. (In Russian)
9. Barenblatt G.I. *Podobie, avtomodel'nost', promezhutochnaya asimptotika. Teoriya i prilozheniya k geofizicheskoi gidrodinamike* [Scaling, Self-Similarity, and Intermediate Asymptotics. Theory and Applications to Geophysical Fluid Dynamics]. Leningrad, Gidrometeoizdat, 1982. 256 p. (In Russian)
10. Salimyanova D.R., Potashev K.A., Mazo A.B., Davletshin A.A. Estimating the operating period of injection wells based on thermometry results and taking into account initial data errors. *Tez. dokl. XVI nauch.-prakt. mezhd. konf. Matem. modelir. i komp. v prots. razrab. mestorozhd.* [Proc. XVI Sci.-Pract. Int. Conf. Mathematical Modeling and Computer Technologies in Field Development]. Moscow, Neft. Khoz., 2024, pp. 38–39. (In Russian)
11. Nesterov Yu.E. A method of solving a convex programming problem with convergence rate $O(1/k^2)$. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 1983, vol. 269, no. 3, pp. 543–547. (In Russian)
12. Nemirovsky A.S. *Slozhnost' zadach i effektivnost' metodov optimizatsii* [Problem Complexity and Method Efficiency in Optimization]. Moscow, Nauka, 1979. 384 p. (In Russian)
13. Kostyuk F.V. Heavy ball method in unconstrained optimization problems for continuously differentiable functions with bounded Lebesgue sets. *Model., Dekompoz. Optim. Slozhnykh Din. Protseessov*, 2019, vol. 34, no. 1 (34), pp. 151–159.
<https://doi.org/10.14357/24098639190112>. (In Russian)
14. Gill P., Murray W., Wright M. *Prakticheskaya optimizatsiya* [Practical Optimization]. Moscow, Mir, 1985. 510 p. (In Russian)
15. Yakovlev B.A. *Reshenie zadach neftyanoi geologii metodami termometrii* [Solving the Problems of Petroleum Geology Using Thermometry Methods]. Moscow, Nedra, 1979. 138 p. (In Russian)
16. Hill A.D. *Production Logging: Theoretical and Interpretive Elements*. 2nd ed. Monograph Ser. Vol. 14. Richardson, TX, Soc. Pet. Eng., 2021. 256 p.
<https://doi.org/10.2118/9781613998243>.
17. Lilliefors H.W. On the Kolmogorov–Smirnov test for normality with mean and variance unknown. *J. Am. Stat. Assoc.*, 1967, vol. 62, no. 318, pp. 399–402.
<https://doi.org/10.1080/01621459.1967.10482916>.
18. Seredkin I.N. Methods for measuring the thermophysical properties of rocks. *Gorn. Inf.-Anal. Byull.*, 2015, no. S63, pp. 249–255. (In Russian)

Для цитирования: Поташев К.А., Салимьянова Д.Р., Мазо А.Б., Давлетшин А.А., Костерин А.В. Чувствительность интерпретации результатов термометрии изолированного участка нагнетательной скважины к погрешности исходных данных // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2024. Т. 166, кн. 2. С. 238–249. URL: <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2024.2.238-249>.

For citation: Potashev K.A., Salimyanova D.R., Mazo A.B., Davletshin A.A., Kosterin A.V. Sensitivity to initial data errors in interpreting temperature logging of an isolated injection well segment. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2024, vol. 166, no. 2, pp. 238–249.
URL: <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2024.2.238-249>. (In Russian)