

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

УДК 532.5

<https://doi.org/10.26907/2541-7746.2026.1.38-57>**Двухфазные течения в природных пористых средах
с различными характеристиками порового пространства****Т.Р. Закиров , Р.И. Кадыров, А.С. Хаюзкин, А.Ф. Шакирзянов***Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия* *timurz0@mail.ru***Аннотация**

Исследовано влияние характеристик порового пространства терригенных пород-коллекторов на двухфазные течения. Методом решеточных уравнений Больцмана проведены вычислительные эксперименты на серии цифровых моделей природных песчаников с различными фильтрационно-емкостными свойствами. Установлено, что неоднородность порового пространства, описываемая стандартным отклонением распределения пор по размерам, является ключевым фактором, определяющим эффективность вытеснения. Показано негативное влияние увеличения неоднородности на эффективность вытеснения и стабильность фронта вытеснения. Построена карта влияния числа капиллярности на эффективность вытеснения в зависимости от стандартного отклонения распределения пор по размерам и проницаемости. Результаты имеют фундаментальное значение для механики многофазных течений в пористых средах и могут быть использованы при прогнозе мероприятий по разработке месторождений углеводородов.

Ключевые слова: двухфазные течения, пористые среды, метод решеточных уравнений Больцмана, эффективность вытеснения, неоднородность порового пространства, число капиллярности

Благодарности. Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 25-71-10031).

Для цитирования: Закиров Т.Р., Кадыров Р.И., Хаюзкин А.С., Шакирзянов А.Ф. Двухфазные течения в природных пористых средах с различными характеристиками порового пространства // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2026. Т. 168, кн. 1. С. 38–57.
<https://doi.org/10.26907/2541-7746.2026.1.38-57>.

ORIGINAL ARTICLE

<https://doi.org/10.26907/2541-7746.2026.1.38-57>

Two-phase flows in natural porous media with different pore space characteristics

T.R. Zakirov ✉, R.I. Kadyrov, A.S. Khayuzkin, A.F. Shakirzyanov

Kazan Federal University, Kazan, Russia

✉ timurz0@mail.ru

Abstract

The influence of pore space characteristics of terrigenous reservoir rocks on two-phase flows was investigated. Computational experiments were carried out using the lattice Boltzmann method on a series of digital models of natural sandstones with various filtration and capacity properties. It was established that pore space heterogeneity, which is described by the standard deviation of pore size distribution, emerges as a key factor determining displacement efficiency. The negative impact of increasing heterogeneity on displacement efficiency and front stability was shown. A map of the influence of the capillary number on displacement efficiency, depending on standard deviation and permeability, was created. The results are of fundamental importance for the mechanics of multiphase flows in porous media and can be used in predicting hydrocarbon field development measures.

Keywords: two-phase flows, porous media, lattice Boltzmann method, displacement efficiency, pore space heterogeneity, capillary number

Acknowledgments. This study was supported by the Russian Science Foundation (project no. 25-71-10031).

For citation: Zakirov T.R., Kadyrov R.I., Khayuzkin A.S., Shakirzyanov A.F. Two-phase flows in natural porous media with different pore space characteristics. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2026, vol. 168, no. 1, pp. 38–57. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2026.1.38-57>. (In Russian)

Введение

Многофазные течения в пористых средах встречаются во многих промышленных и природных процессах, таких как разработка месторождений углеводородов, захоронение углекислого газа, гидрогеология, почвоведение и многие другие. В связи с многочисленными параметрами, влияющими на многофазное течение, и сложными механизмами заполнения порового пространства, данная область механики жидкости интенсивно развивается в последние несколько десятилетий [1–4]. В настоящей статье течение жидкости рассмотрено на пространственном масштабе поровых каналов. Областью течения являются цифровая модель поровых каналов или изображение, где ячейка (пиксель) характеризует либо пору, либо твердую фазу (скелет) [5].

Согласно многим исследованиям, проведенным, например, в работах [6–12], установлено, что механика течения на уровне поровых каналов контролируется числом капиллярности Ca , соотношением вязкостей M между нагнетаемой и вытесняемой фазами и условиями смачивания, характеризуемыми краевым углом θ . Мы рассматриваем случай несмачивающего вытеснения дренирования и $M < 1$, когда происходит вытеснение более вязкой жидкости, например, нефти водой.

Течение при $M < 1$ считается неблагоприятным, поскольку сопровождается нестабильным фронтом вытеснения и формированием доминантных каналов, именуемых «пальцами». В работах [6–12] приведены карты режимов вытеснения в координатах « $Ca - M$ ». В зависимости от Ca механика течения соответствует режимам вязких и капиллярных пальцев. Режим вязких пальцев формируется при доминировании вязких сил и высоких $Ca \approx 10^{-3}$, характеризуется древообразной структурой каналов вытеснения и высокой эффективностью заполнения порового пространства. Снижение Ca способствует переходу к режиму капиллярных пальцев, которые характеризуются низкой эффективностью вытеснения, а также развитием каналов вытеснения по направлениям, отличным от гидродинамического перепада давления.

Опубликован ряд работ, исследующих влияние неоднородности порового пространства на механику двухфазного течения [13–17]. В качестве величины, численно описывающей неоднородность, в них использован параметр беспорядочности. Например, этот параметр характеризует неоднородность распределения локальной пористости в объеме образца или диапазон измерения частиц. Ключевым результатом является негативное влияние параметра беспорядочности на эффективность вытеснения. Также увеличение неоднородности способствует снижению критического Ca , обеспечивающего переход между режимами вязких и капиллярных пальцев [18]. На сегодняшний день существует небольшое число статей (например, [19]), исследующих влияние свойств природных пористых сред на механику двухфазного течения. Результаты, опубликованные в [13–18], представляют несомненную ценность, однако они были получены для двумерных искусственных микромоделей, поровое пространство в которых не является природным.

Для развития направления механики многофазного течения в пористых средах в настоящей статье изучено влияние свойств природных пористых сред на характеристики двухфазного несмешиваемого вытеснения. В качестве характеристики течения рассмотрена эффективность вытеснения, имеющая ключевую прикладную роль в технологических и природных процессах (разработка месторождений углеводородов, задачи экологии и загрязнения). Основные результаты работы получены при проведении вычислительных экспериментов на серии цифровых моделей природных песчаников (кернх) с различными фильтрационно-емкостными свойствами и характеристиками порового пространства.

Результаты статьи, в первую очередь, носят фундаментальный характер в области многофазной механики жидкости в пористых средах, но также могут быть использованы при прогнозе мероприятий по разработке месторождений углеводородов и оценке последствий загрязнения почв.

1. Методы исследования

Классическая математическая модель, описывающая процесс двухфазного течения несмешивающихся несжимаемых жидкостей, включает уравнения Навье – Стокса (с добавлением операторов, описывающих межфазное взаимодействие) и неразрывности. Конечно-разностная аппроксимация этих уравнений приводит к необходимости решения системы

линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) на каждом итерационном шаге по времени. Ввиду большой размерности цифровых ядер (1 млн. узлов и более) такой подход приводит к большим вычислительным затратам. Альтернативой классической постановке является метод решеточных уравнений Больцмана (lattice Boltzmann method, сокращенно LBM) [20], которые могут быть сведены к традиционной модели с помощью разложения Чапмена–Энскога [21]. Ключевыми преимуществами LBM являются отсутствие необходимости решения СЛАУ, что существенно сокращает длительность проведения вычислительного эксперимента, простое описание граничных условий на непроницаемых границах [22], а также точность моделирования межфазного натяжения и краевого угла смачивания [23]. В настоящее время большинство исследований течений в масштабе пор проводится при помощи LBM [6–8, 10–12]. В следующем разделе приведены основные уравнения с соответствующими ссылками.

1.1. Решеточные уравнения Больцмана

1.1.1. Основные уравнения. В LBM течение жидкости рассматривается как динамика ансамбля частиц, которые за один шаг по времени Δt могут перемещаться между соседними узлами сетки. В настоящей работе рассмотрена трехмерная область течения, где разрешенные направления движения частиц соответствуют базису скоростей D3Q19 [24] (рис. 1): $\mathbf{e}_1 = c \cdot (0, 0, 0)$, $\mathbf{e}_2 = c \cdot (1, 0, 0)$, $\mathbf{e}_3 = c \cdot (-1, 0, 0)$, $\mathbf{e}_4 = c \cdot (0, 1, 0)$, $\mathbf{e}_5 = c \cdot (0, -1, 0)$, $\mathbf{e}_6 = c \cdot (0, 0, 1)$, $\mathbf{e}_7 = c \cdot (0, 0, -1)$, $\mathbf{e}_8 = c \cdot (1, 1, 0)$, $\mathbf{e}_9 = c \cdot (-1, 1, 0)$, $\mathbf{e}_{10} = c \cdot (1, -1, 0)$, $\mathbf{e}_{11} = c \cdot (-1, -1, 0)$, $\mathbf{e}_{12} = c \cdot (1, 0, 1)$, $\mathbf{e}_{13} = c \cdot (-1, 0, 1)$, $\mathbf{e}_{14} = c \cdot (1, 0, -1)$, $\mathbf{e}_{15} = c \cdot (-1, 0, -1)$, $\mathbf{e}_{16} = c \cdot (0, 1, 1)$, $\mathbf{e}_{17} = c \cdot (0, -1, 1)$, $\mathbf{e}_{18} = c \cdot (0, 1, -1)$, $\mathbf{e}_{19} = c \cdot (0, -1, -1)$, где Δl – шаг сетки, $c = \Delta l / \Delta t$ – сеточная скорость.

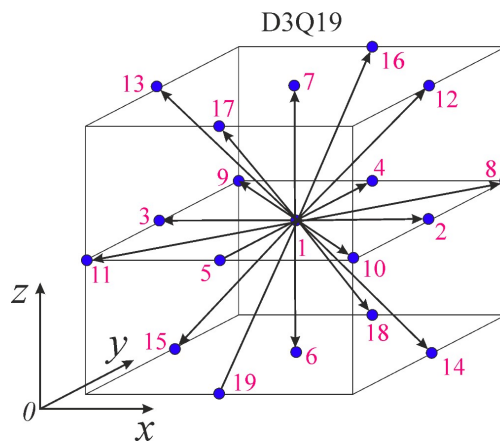


Рис. 1. Базис скоростей D3Q19, характеризующий перемещение ансамбля частиц между узлами сетки

Fig. 1. D3Q19 velocity set characterizing the movement of particle ensemble between the grid nodes

Переменными в LBM являются функции распределения $f_i^k(\mathbf{r}, t)$, используемые для вычисления плотности флюидов ρ^k (эквивалент давления $P^k = \rho^k c^2 / 3$) и скорости течения $\mathbf{u}$; индекс $k = 1, 2$ характеризует нагнетаемую (воду) и вытесняемую (нефть) жидкости соответственно; $i = \overline{1, 19}$ определяет номер вектора в базисе $\mathbf{e}$. Эволюция f_i^k описана уравнением

$$f_i^k(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i^k(\mathbf{r}, t) + (\Omega_i^k(\mathbf{r}, t))^1 + F_i, \quad (1)$$

а вычисление характеристик потока проводится по формулам [25, 26]

$$\rho^k(\mathbf{r}, t) = \sum_i f_i^k(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\rho^1 + \rho^2} \left(\sum_k \sum_i \mathbf{e}_i f_i^k(\mathbf{r}, t) + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{G} \right). \quad (3)$$

В уравнении (3) вектор $\mathbf{G} = (G_x, G_y, G_z)$ ($\text{м}^2/\text{с}$) является массовой силой, характеризующей межфазное натяжение. Первым этапом решения уравнения (1) является операция перемещения частиц по направлениям, определенным базисом D3Q19. Далее для измерения скорости течения $\mathbf{u}$ по уравнению (3) проводится вычисление массовой силы $\mathbf{G}$ по формуле [23]

$$\mathbf{G} = 0.5\tilde{\sigma}K\nabla\rho^N, \quad (4)$$

где $\tilde{\sigma}$ – параметр, контролирующий межфазное натяжение и требующий калибровки для параметров сетки и свойств жидкостей; $\nabla\rho^N$ – оператор градиента цветового поля, вычисляемый по формуле

$$\nabla\rho^N(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{c} \sum_i \mathbf{e}_i \left[\frac{\rho^2(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t) - \rho^1(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t)}{\rho^2(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t) + \rho^1(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t)} \right]. \quad (5)$$

В уравнении (5) K – кривизна межфазной границы ($1/\text{м}$), вычисляемая как $K = -\nabla_s \cdot \mathbf{n}$, $\nabla_s = (\mathbf{I} - \mathbf{nn}) \cdot \nabla$ – оператор градиента на поверхности, $\mathbf{n} = \nabla\rho^N/|\nabla\rho^N|$ – вектор нормали к межфазной границе. После математических преобразований вид параметра K для трехмерной области можно найти в [27]. Ниже приведены результаты вычисления полей плотностей $\rho^k(\mathbf{r}, t)$ и скорости $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ на базе уравнений (2) и (3).

На следующем этапе решения уравнения (1) моделируется столкновение частиц путем вычисления оператора $(\Omega_i^k)^1$, согласно которому моменты и энергия движения частиц стремятся к равновесному состоянию. Для вычисления $(\Omega_i^k)^1$ была применена схема multi-relaxation time (MRT) [22], которая обеспечивает численные решения, более точные по сравнению со схемой single-relaxation time и не зависящие от вязкости жидкости:

$$(\Omega_i^k)^1 = -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{S}^k(m_i^k - m_i^{keq}), \quad (6)$$

где $m_i^k = \sum_{j=1}^{19} M_{ij} f_j^k$; вид матриц $\mathbf{M}$ и $\mathbf{S}$, а также равновесные моменты m_i^{keq} для базиса D3Q19 описаны в работе [24].

Компоненты $\mathbf{F} = (F_1, F_2, \dots, F_{19})^T$ в уравнении (1), наряду с массовой силой $\mathbf{G}$ в уравнении (3), описывают действие сил межфазного натяжения. Вычисление компонент $\mathbf{F}$ проведено при помощи схемы Гуо в комбинации с MRT-схемой [28]:

$$\mathbf{F} = \mathbf{M}^{-1} \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{S}}{2} \right) \mathbf{M} \tilde{\mathbf{F}},$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица; вид матриц $\mathbf{M}$ и $\mathbf{S}$ такой же, как в уравнении (6); равновесные значения $\tilde{\mathbf{F}} = (\tilde{F}_1, \tilde{F}_2, \dots, \tilde{F}_{19})^T$ вычислены как

$$\tilde{F}_i = w_i \left[\frac{3(\mathbf{e}_i - \mathbf{u})}{c^2} + \frac{9(\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})}{c^4} \mathbf{e}_i \right] \mathbf{G} \Delta t,$$

где $w_1 = 1/3$, $w_{2-7} = 1/18$, $w_{8-19} = 1/36$. Вычисление массовой силы $\mathbf{G}$ проведено по формуле (4).

После решения уравнения (1) с учетом оператора $(\Omega_i^k)^1$ и компонент $\mathbf{F}$ реализована процедура, обеспечивающая несмешиваемость двух жидкостей [25, 26]:

$$f_i^k = \frac{\rho^k}{\rho^1 + \rho^2} (f_i^1 + f_i^2) \mp \tilde{w}_i \beta \frac{\rho^1 \rho^2}{\rho^1 + \rho^2} \cos \alpha_i,$$

где знаки « $-$ » и « $+$ » означают $k = 1$ и 2 соответственно; $\cos \alpha_i = \frac{(\mathbf{e}_i \cdot \nabla \rho^N)}{|\mathbf{e}_i| \cdot |\nabla \rho^N|}$, где α_i – угол между направлениями $\mathbf{e}_i$ и $\nabla \rho^N$; $0 < \beta < 1$ – параметр, определяющий толщину межфазной границы, равный 0.7 в настоящем исследовании.

1.1.2. Моделирование эффектов смачивания. Создание различных эффектов смачивания основано на ориентации вектора $\nabla \rho^N$ (формула (5)) на линии раздела двух жидкостей и твердой поверхности. Ячейки делятся на две категории. Первая (обозначаемая C_F) относится к ячейке, имеющей по соседству хотя бы одну непроницаемую ячейку; вторая (C_S) относится к непроницаемой ячейке, имеющей по соседству хотя бы одну ячейку, соответствующую поровому пространству. Первый этап заключается в вычислении функции ρ^N в категории C_S [27]:

$$\rho^N(\mathbf{r}, t) = \frac{\sum_i w_i \rho^N(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t)}{\sum_i w_i}, \quad \mathbf{r} \in C_S, \quad \mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t \in C_F. \quad (7)$$

Вычисление ρ^N по формуле (7) необходимо для измерения $\nabla \rho^N$ по формуле (5) в ячейках из категории C_F . На следующем этапе вычисляется вектор нормали $\mathbf{n}_s$ к твердой поверхности в ячейках из категории C_F :

$$\mathbf{n}_s(\mathbf{r}) = \frac{\sum_i w_i s(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t) \mathbf{e}_i}{|\sum_i w_i s(\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t) \mathbf{e}_i|}, \quad \mathbf{r} \in C_F,$$

где $s(\mathbf{r})$ – индикаторная функция. Если $\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t \in C_S$, то $s(\mathbf{r}) = 1$; если $\mathbf{r} + \mathbf{e}_i \Delta t \in C_F$, то $s(\mathbf{r}) = 0$. Для задаваемого угла смачивания есть два вектора нормали (во внутреннюю и внешнюю область), обозначаемые как $\mathbf{n}_1$ и $\mathbf{n}_2$. Они определяются геометрией твердой поверхности, представленной вектором нормали $\mathbf{n}_s$, и углом смачивания:

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_1 &= (n_{s,x} \cos \theta - n_{s,y} \sin \theta, n_{s,y} \cos \theta + n_{s,x} \sin \theta), \\ \mathbf{n}_2 &= (n_{s,x} \cos \theta + n_{s,y} \sin \theta, n_{s,y} \cos \theta - n_{s,x} \sin \theta), \end{aligned}$$

где $n_{s,x}$ и $n_{s,y}$ – компоненты вектора $\mathbf{n}_s$. Выбор верного вектора нормали для определения $\nabla \rho^N$ в ячейках из категории C_F осуществляется при измерении дистанций D_1 и D_2 : $D_1 = |\mathbf{n}^* - \mathbf{n}_1|$, $D_2 = |\mathbf{n}^* - \mathbf{n}_2|$, где $\mathbf{n}^* = \nabla \rho^N / |\nabla \rho^N|$. Выбор вектора нормали определяется по следующему правилу: если $D_1 < D_2$, то $\mathbf{n} = \mathbf{n}_1$; если $D_1 > D_2$, то $\mathbf{n} = \mathbf{n}_2$; если $D_1 = D_2$, то $\mathbf{n} = \mathbf{n}_s$.

На заключительном этапе проводится модификация вектора $\nabla \rho^N = |\nabla \rho^N| \cdot \mathbf{n}$.

1.2. Цифровые модели пористых сред. Вычислительные фильтрационные эксперименты были проведены в пространстве цифровой модели природной пористой среды, образ которой получен при рентгеномногомрафическом сканировании высокого разрешения (уровень микрометров). В работе рассмотрены терригенные коллекторы Волго-Уральской нефтегазоносной провинции (песчаники), отобранные на различных месторождениях Республики Татарстан и Ульяновской области – Ашальчинском, Восточно-Бирлинском, Зюзеевском, Ромашкинском и Шегурчинском. Всего рассмотрено двадцать пять образцов с различными фильтрационно-емкостными свойствами и различной неоднородностью порового пространства. На рис. 2 в качестве примера показаны кубические фрагменты моделей порового пространства (размером 200 ячеек) с различной пористостью φ .

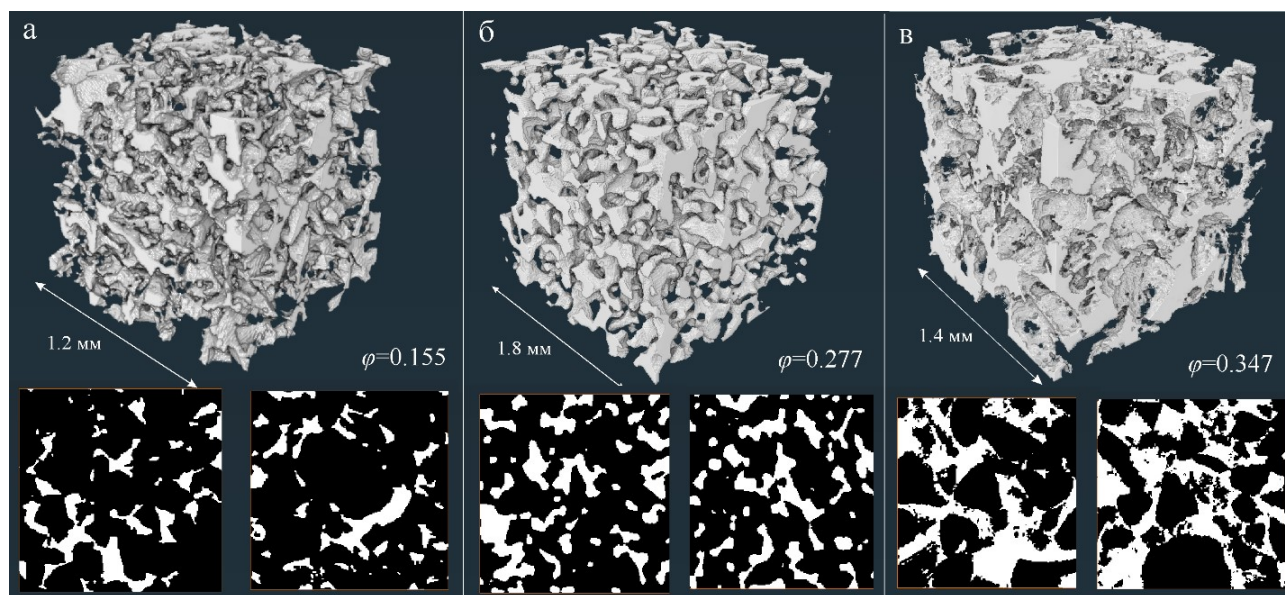


Рис. 2. Цифровые модели порового пространства песчаников, отобранных на Ромашкинском (а), Зюзеевском (б) и Шегурчинском (в) месторождениях. Белый цвет на срезах обозначает поры, черный – скелет

Fig. 2. Digital models of the pore space of sandstones from the Romashkinskoye (a), Zyuzeyevskoye (b), and Shegurchinskoye (c) fields. White regions in the sections are pores, black regions indicate the skeleton

Для численного описания неоднородности порового пространства используем распределение пор по размерам. Для измерения этой характеристики воксельной модели пористой среды поставим в соответствие поро-сетевую модель (pore-network model), представленную сферическими порами и соединяющими их трубками – горлами (рис. 3). Обработка изображений проводилась в пакете AVIZO FIRE. На рис. 3 также показаны статистические распределения пор и горл по их радиусам.

На рис. 4а показана зависимость между пористостью и компонентой абсолютной проницаемости k_{xx} . Согласно приведенным значениям, фильтрационно-емкостные свойства образцов варьируются в широком диапазоне: пористость варьируется от 0.147 до 0.364, абсолютная проницаемость – от 0.7 до 14.1 мкм². В качестве характеристики неоднородности порового пространства будем рассматривать стандартное отклонение распределения горл

по размерам s . Очевидно, что чем больше стандартное отклонение, тем выше неоднородность. На рис. 4б в виде карты показаны свойства образцов в зависимости от стандартного отклонения и проницаемости. По оси OX отложено стандартное отклонение, приведенное к разрешению цифровой модели (шаг сетки). Как видно из рис. 4б, отобранная серия образцов имеет также широкий диапазон неоднородности порового пространства, варьирующийся от 0.4 (низкая неоднородность) до 1.82 (высокая неоднородность).

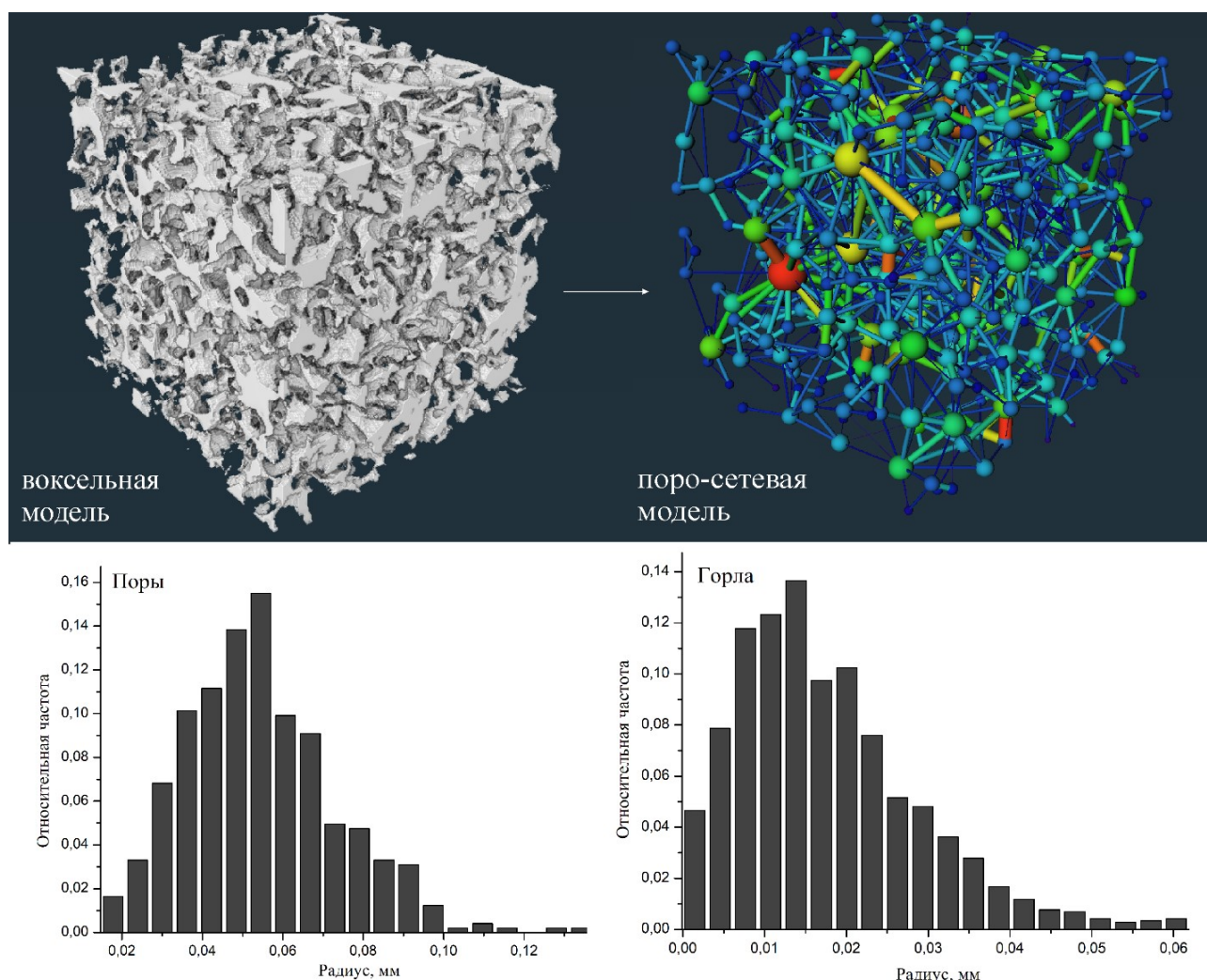


Рис. 3. Воксельная цифровая модель порового пространства и соответствующая ей поро-сетевая модель. На рисунках ниже показаны статистические распределения пор и горл по радиусам

Fig. 3. Voxel digital model of the pore space and corresponding pore-network model. The panels below show the statistical distributions of pores and throats by their radii

1.3. Постановка экспериментов, начальные и граничные условия. В начальный момент времени поровое пространство полностью заполнено неподвижной жидкостью, в качестве которой условимся принимать нефть. Для приближения условий вычислительных экспериментов к физическим считаем, что входная и выходная границы области течения содержат слои толщиной 10 ячеек, заполненные в начальный момент

времени вытесняющей жидкостью (водой) и нефтью соответственно. Динамическая вязкость и плотность жидкостей во всех расчетах одинаковые: $\mu^1 = 1$ мПа·с и $\mu^2 = 10$ мПа·с; $\rho^1 = \rho^2 = 1$ г/см³. Таким образом, соотношение вязкостей $M = 1/10$.

Входной границей считаем плоскость, имеющую координату $x = 0$ и перпендикулярную оси OX , через которую нагнетается вода со скоростью $u_x(0, y, z, t) = u_0$. Число капиллярности варьируется за счет скорости течения и межфазного натяжения. Первый параметр варьируется от $3 \cdot 10^{-5}$ до 10^{-3} м/с, второй – от 10 до 30 мН/м. При таких условиях число капиллярности изменяется в пределах от 10^{-6} до 10^{-4} . Краевые условия смачивания соответствуют несмачивающему течению (дренирование), контактный угол составляет 30° . Пусть отбор воды и нефти проводится через выходную границу ($x = L$), на которой считается известным давление $P(L, y, z, t) = P_{\text{out}} = 10$ кПа. Тангенциальные компоненты скорости на обеих границах равны нулю: $u_y(0, y, z, t) = 0$, $u_z(0, y, z, t) = 0$, $u_y(L, y, z, t) = 0$, $u_z(L, y, z, t) = 0$. На остальных четырех внешних границах поддерживаются условия непроницаемости, которые реализуются при помощи схемы bounce-back [20].

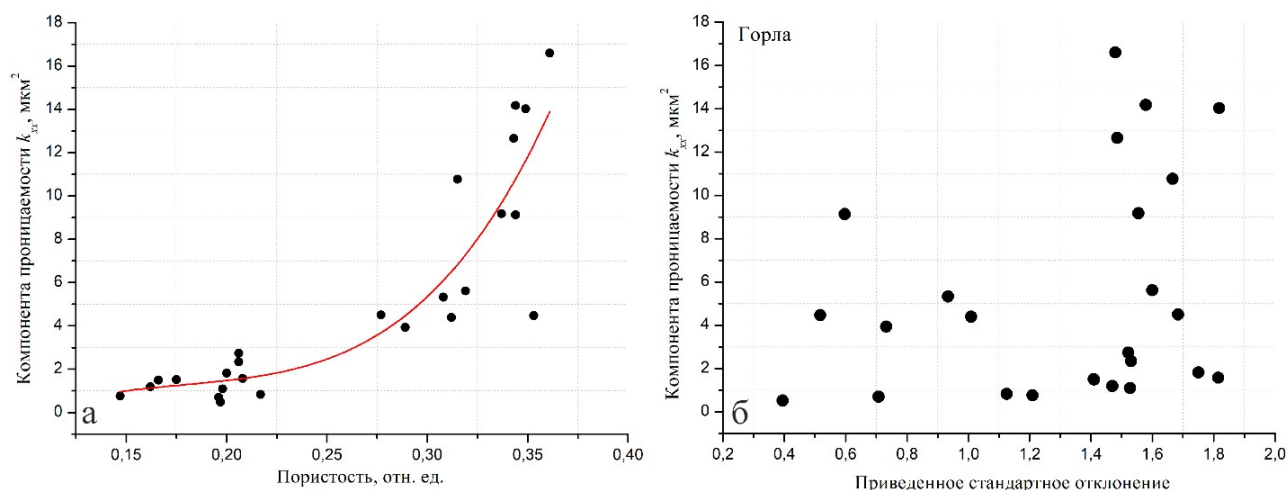


Рис. 4. Характеристики порового пространства серии цифровых кернов: а – зависимость компоненты проницаемости k_{xx} от пористости; б – карта свойств в зависимости от стандартного отклонения и проницаемости

Fig. 4. Pore space characteristics of a series of digital cores: a – dependence of the permeability component k_{xx} on porosity; b – property map depending on the standard deviation and permeability

2. Результаты и обсуждение

2.1. Пример тестовой задачи. Численный алгоритм, основанный на математической модели, описанной в разделе 1.1, использовался в наших предыдущих работах [12, 23], в которых приведены различные валидационные тесты. В статье представлен пример еще одной тестовой задачи, опирающийся на эксперимент в «тупиковой» поре (рис. 5) [29]. Поскольку этот эксперимент представлен для ячейки Хеле–Шоу для двумерной области, толщина трехмерной цифровой модели в направлении плоскости рисунка составляет 50 ячеек для избегания нежелательных капиллярных эффектов. Параметры расчета следующие: $u_0 = 1.45 \cdot 10^{-3}$ м/с, $\sigma = 15$ мН/м, $\theta = 22.5^\circ$, $\mu_1 = 4.6$ мПа·с, $\mu_2 = 49$ мПа·с. В начальный момент времени поровое пространство целиком заполнено

вытесняемой жидкостью; нагнетаемая жидкость закачивается через левую границу. Динамика заполнения порового пространства показана на рис. 5, она показывает близкое соответствие между численными и экспериментальными результатами. Согласно приведенной иллюстрации, нагнетаемая жидкость заполняет тупиковый карман на уровень $0.39a$ в лабораторном и вычислительном экспериментах.

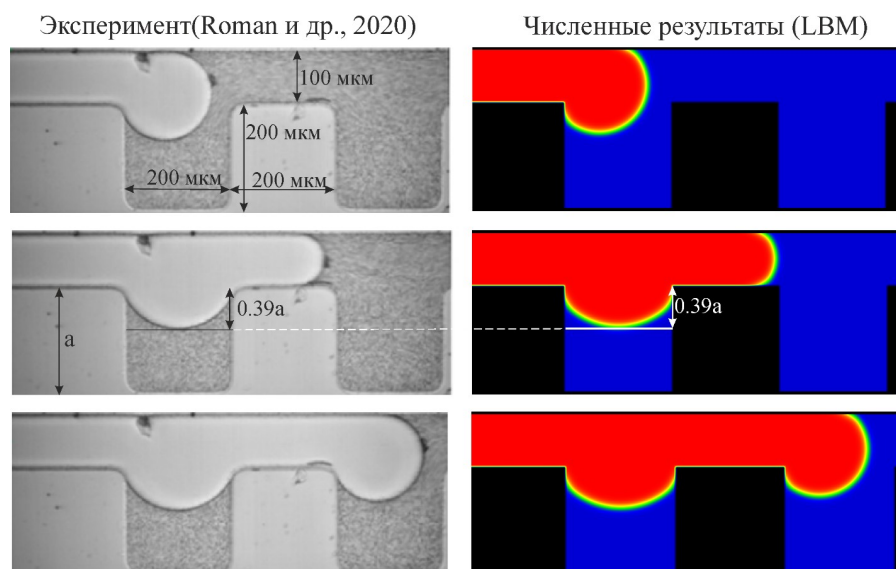


Рис. 5. Динамика заполнения порового пространства в «тупиковой» поре. Сопоставление численного и лабораторного [29] экспериментов

Fig. 5. Dynamics of pore space filling in a “dead-end” pore. Comparison of the numerical and laboratory [29] experiments

2.2. Влияние свойств пористых сред на эффективность вытеснения. В настоящем разделе проведено исследование влияния неоднородности порового пространства, численно описываемое как стандартное отклонение распределения горл по размерам s , и проницаемости k_{xx} на эффективность вытеснения. Вычислительные эксперименты проведены при числе капиллярности, равном 10^{-4} , до момента достижения двух закачанных поровых объемов воды, при котором режим фильтрации становится близким к квазистационарному. Остальные параметры расчетов указаны в пункте 1.3. На рис. 6 в качестве примера показаны серии кривых эффективности вытеснения при различных парах $s - k_{xx}$. Получен ожидаемый результат [13–16], согласно которому механика вытеснения существенно зависит от свойств кернов, однако влияние каждого параметра на двухфазное течение требует отдельного изучения.

На рис. 7 представлены графики зависимости эффективности вытеснения, измеренной в момент закачки двух поровых объемов (ПО) воды, от абсолютной проницаемости и неоднородности порового пространства. Согласно рис. 7а, установлено отсутствие зависимости между абсолютной проницаемостью и эффективностью вытеснения. Таким образом, абсолютная проницаемость не может считаться параметром пористой среды, значимо влияющим на механику вытеснения.

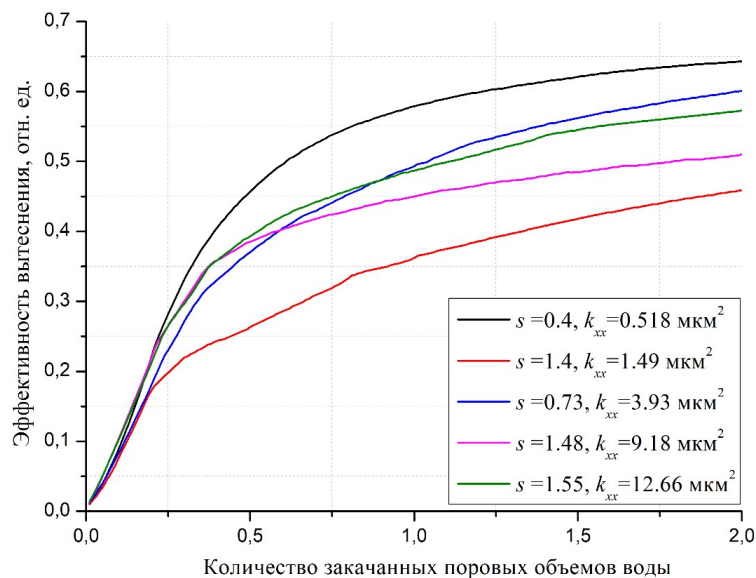


Рис. 6. Серия кривых извлечения нефти при различных парах $s - k_{xx}$

Fig. 6. Series of oil recovery curves for different pairs of $s - k_{xx}$

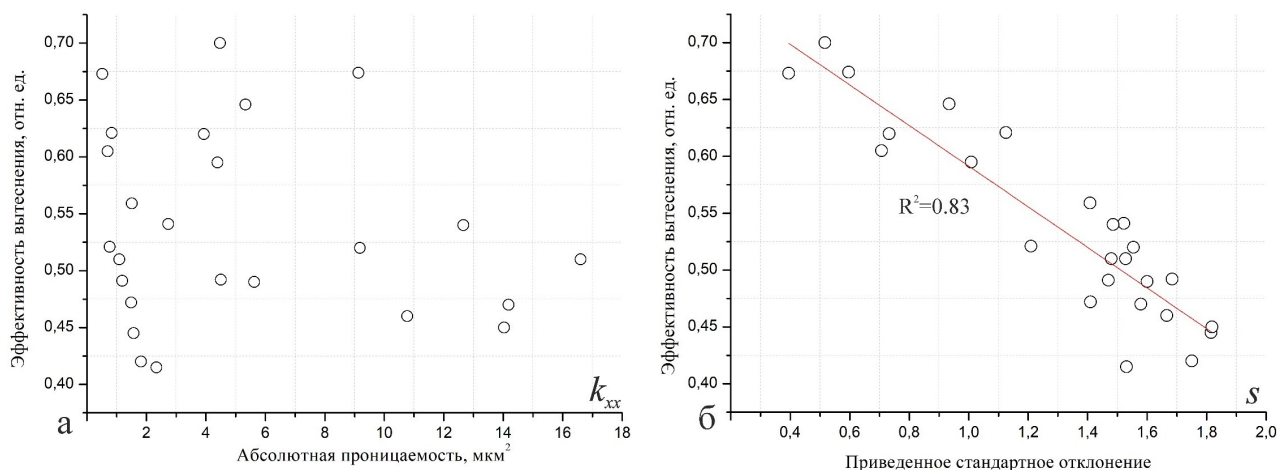


Рис. 7. Влияние абсолютной проницаемости (а) и приведенного стандартного отклонения (б) на эффективность вытеснения

Fig. 7. Influence of absolute permeability (a) and reduced standard deviation (b) on displacement efficiency

В отличие от рис. 7а, на рис. 7б выявлена взаимосвязь между стандартным отклонением и эффективностью вытеснения. Показано, что увеличение неоднородности порового пространства оказывает негативное влияние на эффективность вытеснения, также подтвержденное результатами экспериментов на двухмерных микромоделях [13–18]. Установлена линейная зависимость между стандартным отклонением и эффективностью вытеснения с высоким $R^2=0.83$. Этот результат свидетельствует о том, что неоднородность порового пространства является ключевым свойством порового пространства, определяющим механику совместного течения.

Далее было проведено исследование динамики вытеснения в зависимости от неоднородности порового пространства. На рис. 8а показано влияние неоднородности на динамику перемещения переднего межфазного фронта, под которым мы будем понимать границу раздела вода – нефть, наиболее близкую к выходному сечению. Координата переднего фронта приведена к длине образца в направлении ОХ и представлена в безразмерном виде. Согласно полученным данным, увеличение неоднородности порового пространства способствует увеличению скорости перемещения переднего фронта, что свидетельствует об усилении дестабилизации развития вытеснения с ростом параметра s и, как следствие, падению эффективности. Увеличение неоднородности порового пространства способствует существенному ускорению прорыва воды из образца. Для $s = 0.4$ (низкая неоднородность) прорыв наступает при эффективности вытеснения 0.28, тогда как при максимальной $s = 1.57$ – всего лишь при 0.15. Эта особенность проиллюстрирована на рис. 9. Для случая высокой неоднородности ($s = 1.25$) прорыв воды наступает примерно при 0.2 ПО закачанной воды, тогда как в случае с низкой неоднородностью ($s = 0.4$) координата переднего фронта располагается на середине пути к выходной границе, что свидетельствует о большей стабильности вытеснения.

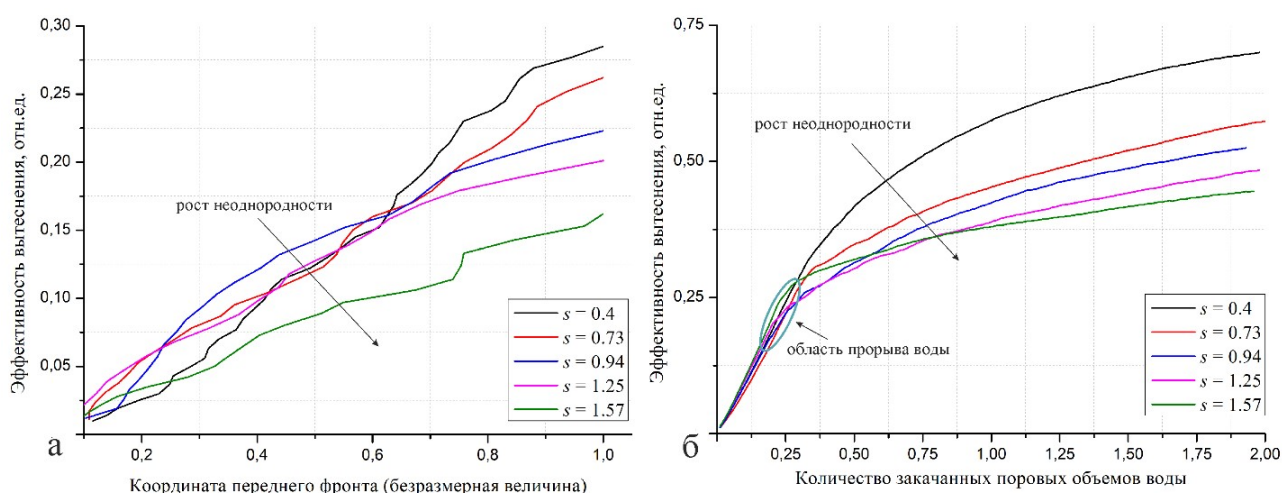


Рис. 8. (а) Динамика перемещения межфазного фронта и (б) кривые эффективности вытеснения в пористых средах с различной неоднородностью

Fig. 8. (a) Dynamics of the interphase front movement and (b) displacement efficiency curves in porous media with different heterogeneity

Также на рис. 8б показаны кривые эффективности вытеснения в зависимости от параметра s . Установлено, что увеличение неоднородности приводит к существенному снижению динамики вытеснения после прорыва воды. Данный эффект объясняется стремлением системы минимизировать энергетические затраты на вытеснение после прорыва [10]. Очевидно, что наименьшие энергетические потери возникают при течении в фильтрационных каналах больших размеров. Таким образом, увеличение неоднородности порового пространства располагает к фильтрации в каналах с большими радиусами, количество которых, согласно рис. 3, ограничено. Результатом является существенное снижение итоговой эффективности вытеснения, показанное на рис. 8б.

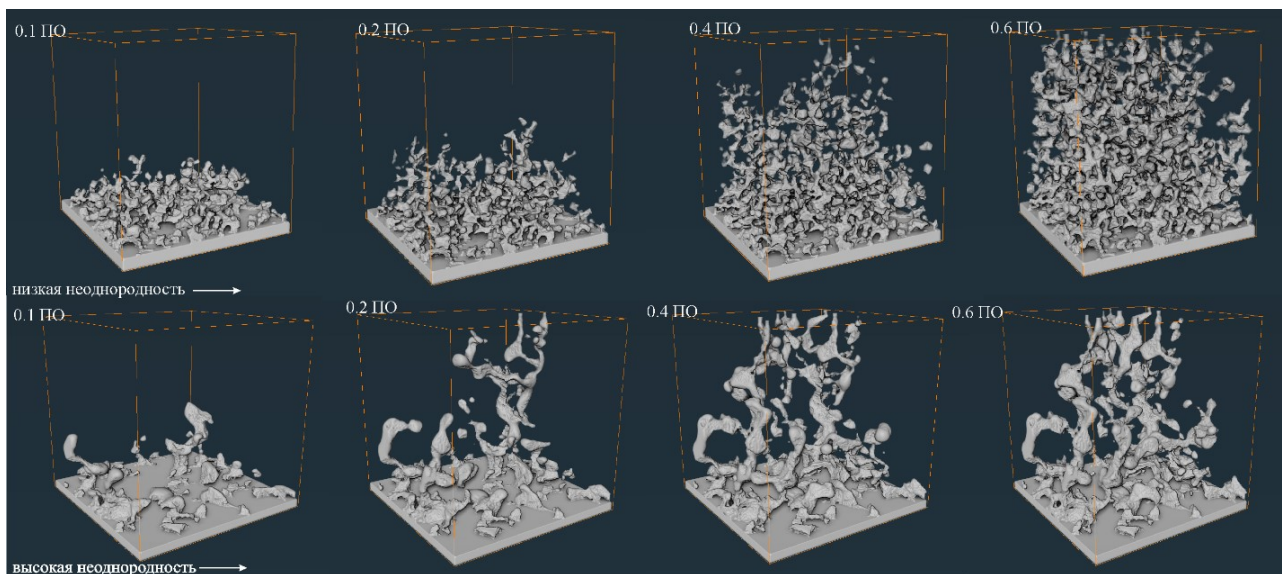


Рис. 9. Динамика заводнения поровых пространств с низкой и высокой неоднородностью
Fig. 9. Dynamics of flooding of the pore spaces with low and high heterogeneity

2.3. Влияние числа капиллярности в зависимости от неоднородности и проницаемости. В настоящем разделе проведено исследование влияния числа капиллярности на эффективность вытеснения для пористых сред с различной неоднородностью порового пространства и проницаемостью. Согласно многим работам [6–8], известно, что уменьшение числа капиллярности способствует снижению эффективности вытеснения. Для получения результатов нами была проведена дополнительная серия вычислительных экспериментов при $Ca = 10^{-6}$ ($u_0 = 3 \cdot 10^{-5}$ м/с и $\sigma = 30$ мН/м). В качестве числовой величины, характеризующей эффект числа капиллярности, примем различие эффективности вытеснения (обозначим $\Delta S_{\text{выт}}$), измеренное при $Ca = 10^{-6}$ и 10^{-4} . Полученные результаты, впервые представленные на рис. 10, описаны в виде карты, характеризующей $\Delta S_{\text{выт}}$ в зависимости от стандартного отклонения и квадратного корня от проницаемости.

Согласно полученным данным, характеристики пористых сред существенно влияют на $\Delta S_{\text{выт}}$. Установлено, что увеличение фильтрационных свойств способствует усилению влияния числа капиллярности на $\Delta S_{\text{выт}}$. При наибольших $(k_{xx})^{1/2} > 3$ $\Delta S_{\text{выт}}$ превышает 0.1 отн. ед и достигает 0.19 отн. ед. для наиболее проницаемых сред. Также увеличение неоднородности порового пространства приводит к повышению $\Delta S_{\text{выт}}$. Однако, по сравнению с проницаемостью, фактор неоднородности играет меньшую роль. Например, для $(k_{xx})^{1/2} \approx 2$ эффект от изменения стандартного отклонения составляет около 3 %.

Для объяснения полученных результатов проведем оценку влияния проницаемости на баланс сил вязкого трения ΔP_{visc} и капиллярного сопротивления ΔP_{cap} , соотношение которых, согласно определению, описывает число капиллярности $Ca = \Delta P_{\text{visc}} / \Delta P_{\text{cap}}$. Для оценки ΔP_{visc} воспользуемся законом Дарси, по которому $\Delta P_{\text{visc}} \approx 1/k_{xx}$. Для оценки ΔP_{cap} допустим, что каналы фильтрации представляют собой цилиндрические капилляры с радиусом R . Согласно закону Хагена–Пуазейля, зависимость между проницаемостью и радиусом имеет вид $R^2 = 8k$. Капиллярное сопротивление в цилиндрических каналах можно измерить по формуле Лапласа $\Delta P_{\text{cap}} \approx 1/R \approx 1/\sqrt{k}$. Получили,

что $\frac{\Delta P_{\text{visc}}}{\Delta P_{\text{cap}}} = \frac{1}{k} / \frac{1}{\sqrt{k}} = \frac{1}{\sqrt{k}}$. Таким образом, установлена обратно пропорциональная зависимость между числом капиллярности и фильтрационными свойствами. Это означает, что увеличение роли капиллярных сил, отражающееся на уменьшении числа капиллярности, будет более выраженным в средах с высокой проницаемостью. Иными словами, эффект изменения скорости фильтрации, контролирующей ΔP_{visc} , на двухфазное течение будет ослабевать с увеличением фильтрационных свойств. Напротив, роль межфазного натяжения, контролирующего ΔP_{cap} , будет более значимой при усилении проницаемости. Выявленные закономерности нашли отражение на рис. 10. Именно по этой причине вертикальная ось представлена как $(k_{xx})^{1/2}$.

Снижение $\Delta S_{\text{выт}}$ с увеличением неоднородности вызвано, как обсуждалось ранее, минимизацией энергетических затрат [10], что располагает к вытеснению более вязкой жидкости из крупных каналов, количество которых ограничено.

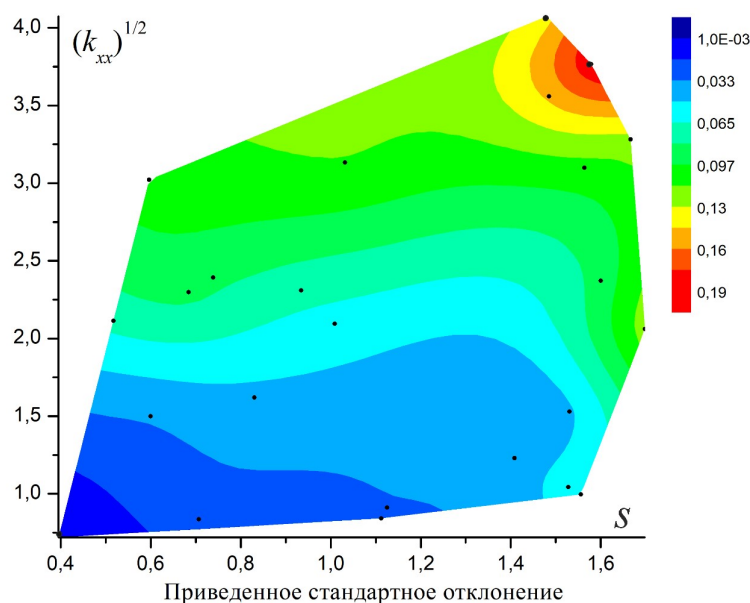


Рис. 10. Карта влияния числа капиллярности на эффективность вытеснения в зависимости от неоднородности порового пространства и абсолютной проницаемости

Fig. 10. Map of the capillary number influence on displacement efficiency depending on pore space heterogeneity and absolute permeability

Заключение

Проведено исследование влияния характеристик порового пространства терригенных пород-коллекторов различного происхождения на двухфазные течения. Основные полученные результаты таковы.

1. Неоднородность порового пространства, численно описываемая стандартным отклонением распределения пор по размерам, является ключевым фактором, определяющим двухфазное течение в пористой среде. Обнаружено, что увеличение неоднородности оказывает негативное влияние на эффективность вытеснения. Выявлена линейная зависимость между эффективностью вытеснения и стандартным отклонением. Показано, что

абсолютная проницаемость не является фактором, значимо влияющим на эффективность вытеснения.

2. Увеличение неоднородности порового пространства приводит к увеличению скорости перемещения переднего межфазного фронта, что отражается на дестабилизации фронта вытеснения. Увеличение неоднородности приводит к существенному снижению динамики вытеснения после прорыва воды.

3. Построена карта влияния числа капиллярности на эффективность вытеснения в зависимости от стандартного отклонения и проницаемости. Показано, что увеличение неоднородности порового пространства и проницаемости усиливает эффект от изменения числа капиллярности. Наименьший эффект получен для сред с низкой неоднородностью и проницаемостью.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflicts of Interest. The authors declare no conflicts of interest.

Литература

1. *Chen J.-D., Wilkinson D.* Pore-scale viscous fingering in porous media // *Phys. Rev. Lett.* 1985. V. 55, No 18. P. 1892–1896. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.55.1892>.
2. *Måløy K.J., Furuberg L., Feder J., Jøssang T.* Dynamics of slow drainage in porous media // *Phys. Rev. Lett.* 1992. V. 68, No 14. P. 2161–2164. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.2161>.
3. *Chen Y.-F., Wu D.-S., Fang S., Hu R.* Experimental study on two-phase flow in rough fracture: Phase diagram and localized flow channel // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2018. V. 122. P. 1298–1307. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.02.031>.
4. *Liu H., Valocchi A.J., Werth C., Kang Q., Oostrom M.* Pore-scale simulation of liquid CO₂ displacement of water using a two-phase lattice Boltzmann model // *Adv. Water Resour.* 2014. V. 73. P. 144–158. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2014.07.010>.
5. *Dvorkin J., Derzhi N., Diaz E., Fang Q.* Relevance of computational rock physics // *Geophysics.* 2011. V. 76, No 5. P. E141–E153. <https://doi.org/10.1190/geo2010-0352.1>.
6. *Liu H., Valocchi A.J., Kang Q., Werth C.* Pore-scale simulations of gas displacing liquid in a homogeneous pore network using the lattice Boltzmann method // *Transp. Porous Media.* 2013. V. 99, No 3. P. 555–580. <https://doi.org/10.1007/s11242-013-0200-8>.
7. *Liu H., Zhang Y., Valocchi A.J.* Lattice Boltzmann simulation of immiscible fluid displacement in porous media: Homogeneous versus heterogeneous pore network // *Phys. Fluids.* 2015. V. 27, No 5. Art. 052103. <https://doi.org/10.1063/1.4921611>.
8. *Liu H., Kang Q., Leonardi C.R., Schmieschek S., Narváez A., Jones B.D., Williams J.R., Valocchi A.J., Harting J.* Multiphase lattice Boltzmann simulations for porous media applications // *Comput. Geosci.* 2016. V. 20, No 4. P. 777–805. <https://doi.org/10.1007/s10596-015-9542-3>.
9. *Zhang C., Oostrom M., Wietsma T.W., Grate J.W., Warner M.G.* Influence of viscous and capillary forces on immiscible fluid displacement: Pore-scale experimental study in a water-wet micromodel demonstrating viscous and capillary fingering // *Energy Fuels.* 2011. V. 25, No 8. P. 3493–3505. <https://doi.org/10.1021/ef101732k>.

10. *Tsuji T., Jiang F., Christensen K.T.* Characterization of immiscible fluid displacement processes with various capillary numbers and viscosity ratios in 3D natural sandstone // *Adv. Water Resour.* 2016. V. 95. P. 3–15. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2016.03.005>.
11. *Bakhshian S., Hosseini S.A., Shokri N.* Pore-scale characteristics of multiphase flow in heterogeneous porous media using the lattice Boltzmann method // *Sci. Rep.* 2019. V. 9, No 1. Art. 3377. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-39741-x>.
12. *Zakirov T.R., Galeev A.A., Khramchenkov M.G.* Pore-scale investigation of two phase flows in three-dimensional digital models of natural sandstones // *Fluid Dyn.* 2018. V. 53, No 5. P. 654–669. <https://doi.org/10.1134/S0015462818050087>.
13. *Hu R., Lan T., Wei G.-J., Chen Y.-F.* Phase diagram of quasi-static immiscible displacement in disordered porous media // *J. Fluid Mech.* 2019. V. 875. P. 448–475. <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.504>.
14. *Wang Z., Chauhan K., Pereira J.-M., Gan Y.* Disorder characterization of porous media and its effect on fluid displacement // *Phys. Rev. Fluids.* 2019. V. 4, No 3. Art. 034305. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.4.034305>.
15. *Wu D.-S., Hu R., Lan T., Chen Y.-F.* Role of pore-scale disorder in fluid displacement: Experiments and theoretical model // *Water Resour. Res.* 2021. V. 57. Art. e2020WR028004. <https://doi.org/10.1029/2020WR028004>.
16. *Hu R., Zhou C.-X., Wu D.-S., Yang Z., Chen Y.-F.* Roughness control on multiphase flow in rock fractures // *Geophys. Res. Lett.* 2019. V. 46, No 21. P. 12002–12011. <https://doi.org/10.1029/2019GL084762>.
17. *Xiao L., Zhu G., Zhang L., Yao J., Sun H.* Effects of pore-size disorder and wettability on forced imbibition in porous media // *J. Pet. Sci. Eng.* 2021. V. 201. Art. 108485. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.108485>.
18. *Lan T., Hu R., Yang Z., Wu D.-S., Chen Y.-F.* Transitions of fluid invasion patterns in porous media // *Geophys. Res. Lett.* 2020. V. 47, No 20. Art. e2020GL089682. <https://doi.org/10.1029/2020GL089682>.
19. *Ghods M., Rasaei M.R.* Uncovering the impact of morphology of porous media and capillary number on immiscible oil recovery using computational fluid dynamics // *Geoenergy Sci. Eng.* 2025. V. 244. Art. 213408. <https://doi.org/10.1016/j.geoen.2024.213408>.
20. *Succi S.* *The Lattice Boltzmann Equation: For Fluid Dynamics and Beyond.* Oxford: Clarendon Press, 2001. 288 p.
21. *Reis T., Phillips T.N.* Lattice Boltzmann model for simulating immiscible two-phase flows // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2007. V. 40, No 14. Art. 4033. <https://doi.org/10.1088/1751-8113/40/14/018>.
22. *Pan C., Luo L.-S., Miller C.T.* An evaluation of lattice Boltzmann schemes for porous medium flow simulation // *Comput. Fluids.* 2006. V. 35, Nos 8–9. P. 898–909. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2005.03.008>.
23. *Zakirov T.R., Zhuchkova O.S., Elizarov A.M.* On the accuracy of modeling the wetting angle using different schemes in the lattice Boltzmann method // *Lobachevskii J. Math.* 2025. V. 46, No 5. P. 2467–2477. <https://doi.org/10.1134/S1995080225607337>.

24. *Leclaire S., Parmigiani A., Malaspinas O., Chopard B., Latt J.* Generalized three-dimensional lattice Boltzmann color-gradient method for immiscible two-phase pore-scale imbibition and drainage in porous media // *Phys. Rev. E*. 2017. V. 95, No 3. Art. 033306.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.95.033306>.
25. *Huang H., Huang J.-J., Lu X.-Y.* Study of immiscible displacements in porous media using a color-gradient-based multiphase lattice Boltzmann method // *Comput. Fluids*. 2014. V. 93. P. 164–172. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2014.01.025>.
26. *Huang H., Wang L., Lu X.-y.* Evaluation of three lattice Boltzmann models for multiphase flows in porous media // *Comput. Math. Appl.* 2011. V. 61, No 12. P. 3606–3617.
<https://doi.org/10.1016/j.camwa.2010.06.034>.
27. *Xu Z., Liu H., Valocchi A.J.* Lattice Boltzmann simulation of immiscible two-phase flow with capillary valve effect in porous media // *Water Resour. Res.* 2017. V. 53, No 5. P. 3770–3790.
<https://doi.org/10.1002/2017WR020373>.
28. *Guo Z., Zheng C., Shi B.* Lattice Boltzmann equation with multiple effective relaxation times for gaseous microscale flow // *Phys. Rev. E*. 2008. V. 77, No 3. Art. 036707.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.77.036707>.
29. *Roman S., Soullaine C., Kowscek A.R.* Pore-scale visualization and characterization of viscous dissipation in porous media // *J. Colloid Interface Sci.* 2020. V. 558. P. 269–279.
<https://doi.org/10.1016/j.jcis.2019.09.072>.

References

1. Chen J.-D., Wilkinson D. Pore-scale viscous fingering in porous media. *Phys. Rev. Lett.*, 1985, vol. 55, no. 18, pp. 1892–1896. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.55.1892>.
2. Måløy K.J., Furuberg L., Feder J., Jøssang T. Dynamics of slow drainage in porous media. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, vol. 68, no. 14, pp. 2161–2164. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.2161>.
3. Chen Y.-F., Wu D.-S., Fang S., Hu R. Experimental study on two-phase flow in rough fracture: Phase diagram and localized flow channel. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2018, vol. 122, pp. 1298–1307. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2018.02.031>.
4. Liu H., Valocchi A.J., Werth C., Kang Q., Oostrom M. Pore-scale simulation of liquid CO₂ displacement of water using a two-phase lattice Boltzmann model. *Adv. Water Resour.*, 2014, vol. 73, pp. 144–158. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2014.07.010>.
5. Dvorkin J., Derzhi N., Diaz E., Fang Q. Relevance of computational rock physics. *Geophysics*, 2011, vol. 76, no. 5, pp. E141–E153. <https://doi.org/10.1190/geo2010-0352.1>.
6. Liu H., Valocchi A.J., Kang Q., Werth C. Pore-scale simulations of gas displacing liquid in a homogeneous pore network using the lattice Boltzmann method. *Transp. Porous Media*, 2013, vol. 99, no. 3, pp. 555–580. <https://doi.org/10.1007/s11242-013-0200-8>.
7. Liu H., Zhang Y., Valocchi A.J. Lattice Boltzmann simulation of immiscible fluid displacement in porous media: Homogeneous versus heterogeneous pore network. *Phys. Fluids*, 2015, vol. 27, no. 5, art. 052103. <https://doi.org/10.1063/1.4921611>.
8. Liu H., Kang Q., Leonardi C.R., Schmieschek S., Narváez A., Jones B.D., Williams J.R., Valocchi A.J., Harting J. Multiphase lattice Boltzmann simulations for porous media applications. *Comput. Geosci.*, 2016, vol. 20, no. 4, pp. 777–805. <https://doi.org/10.1007/s10596-015-9542-3>.

9. Zhang C., Oostrom M., Wietsma T.W., Grate J.W., Warner M.G. Influence of viscous and capillary forces on immiscible fluid displacement: Pore-scale experimental study in a water-wet micromodel demonstrating viscous and capillary fingering. *Energy Fuels*, 2011, vol. 25, no. 8, pp. 3493–3505. <https://doi.org/10.1021/ef101732k>.
10. Tsuji T., Jiang F., Christensen K.T. Characterization of Immiscible fluid displacement processes with various capillary numbers and viscosity ratios in 3D natural sandstone. *Adv. Water Resour.*, 2016, vol. 95, pp. 3–15. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2016.03.005>.
11. Bakhshian S., Hosseini S.A., Shokri N. Pore-scale characteristics of multiphase flow in heterogeneous porous media using the lattice Boltzmann method. *Sci. Rep.*, 2019, vol. 9, no. 1, art. 3377. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-39741-x>.
12. Zakirov T.R., Galeev A.A., Khramchenkov M.G. Pore-scale investigation of two-phase flows in three-dimensional digital models of natural sandstones. *Fluid Dyn.*, 2018, vol. 53, no. 5, pp. 654–669. <https://doi.org/10.1134/S0015462818050087>.
13. Hu R., Lan T., Wei G.-J., Chen Y.-F. Phase diagram of quasi-static immiscible displacement in disordered porous media. *J. Fluid Mech.*, 2019, vol. 875, pp. 448–475. <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.504>.
14. Wang Z., Chauhan K., Pereira J.-M., Gan Y. Disorder characterization of porous media and its effect on fluid displacement. *Phys. Rev. Fluids*, 2019, vol. 4, no. 3, art. 034305. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.4.034305>.
15. Wu D.-S., Hu R., Lan T., Chen Y.-F. Role of pore-scale disorder in fluid displacement: Experiments and theoretical model. *Water Resour. Res.*, 2021, vol. 57, no. 1, art. e2020WR028004. <https://doi.org/10.1029/2020WR028004>.
16. Hu R., Zhou C.-X., Wu D.-S., Yang Z., Chen Y.-F. Roughness control on multiphase flow in rock fractures. *Geophys. Res. Lett.*, 2019, vol. 46, no. 21, pp. 12002–12011. <https://doi.org/10.1029/2019GL084762>.
17. Xiao L., Zhu G., Zhang L., Yao J., Sun H. Effects of pore-size disorder and wettability on forced imbibition in porous media. *J. Pet. Sci. Eng.*, 2021, vol. 201, art. 108485. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2021.108485>.
18. Lan T., Hu R., Yang Z., Wu D.-S., Chen Y.-F. Transitions of fluid invasion patterns in porous media. *Geophys. Res. Lett.*, 2020, vol. 47, no. 20, art. e2020GL089682. <https://doi.org/10.1029/2020GL089682>.
19. Ghodsi M., Rasaei M.R. Uncovering the impact of morphology of porous media and capillary number on immiscible oil recovery using computational fluid dynamics. *Geoenergy Sci. Eng.*, 2025, vol. 244, art. 213408. <https://doi.org/10.1016/j.geoen.2024.213408>.
20. Succi S. *The Lattice Boltzmann Equation: For Fluid Dynamics and Beyond*. Ser.: Numerical Mathematics and Scientific Computation. Oxford, Clarendon Press, 2001. 288 p.
21. Reis T., Phillips T.N. Lattice Boltzmann model for simulating immiscible two-phase flows. *J. Phys. A: Math. Theor.*, 2007, vol. 40, no. 14, art. 4033. <https://doi.org/10.1088/1751-8113/40/14/018>.
22. Pan C., Luo L.-S., Miller C.T. An evaluation of lattice Boltzmann schemes for porous medium flow simulation. *Comput. Fluids*, 2006, vol. 35, nos. 8–9, pp. 898–909. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2005.03.008>.

23. Zakirov T.R., Zhuchkova O.S., Elizarov A.M. On the accuracy of modeling the wetting angle using different schemes in the lattice Boltzmann method. *Lobachevskii J. Math.*, 2025, vol. 46, no. 5, pp. 2467–2477. <https://doi.org/10.1134/S1995080225607337>.
24. Leclaire S., Parmigiani A., Malaspinas O., Chopard B., Latt J. Generalized three-dimensional lattice Boltzmann color-gradient method for immiscible two-phase pore-scale imbibition and drainage in porous media. *Phys. Rev. E*, 2017, vol. 95, no. 3, art. 033306. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.95.033306>.
25. Huang H., Huang J.-J., Lu X.-Y. Study of immiscible displacements in porous media using a color-gradient-based multiphase lattice Boltzmann method. *Comput. Fluids*, 2014, vol. 93, pp. 164–172. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2014.01.025>.
26. Huang H., Wang L., Lu X.-y. Evaluation of three lattice Boltzmann models for multiphase flows in porous media. *Comput. Math. Appl.*, 2011, vol. 61, no. 12, pp. 3606–3617. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2010.06.034>.
27. Xu Z., Liu H., Valocchi A.J. Lattice Boltzmann simulation of immiscible two-phase flow with capillary valve effect in porous media. *Water Resour. Res.*, 2017, vol. 53, no. 5, pp. 3770–3790. <https://doi.org/10.1002/2017WR020373>.
28. Guo Z., Zheng C., Shi B. Lattice Boltzmann equation with multiple effective relaxation times for gaseous microscale flow. *Phys. Rev. E*, 2008, vol. 77, no. 3, art. 036707. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.77.036707>.
29. Roman S., Soullaine C., Kovscek A.R. Pore-scale visualization and characterization of viscous dissipation in porous media. *J. Colloid Interface Sci.*, 2020, vol. 558, pp. 269–279. <https://doi.org/10.1016/j.jcis.2019.09.072>.

Информация об авторах

Тимур Рустамович Закиров, кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой математических методов в геологии Института геологии и нефтегазовых технологий, Казанский (Приволжский) федеральный университет

E-mail: timurz0@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8866-333X>

Раиль Илгизарович Кадыров, кандидат геолого-минералогических наук, старший научный сотрудник НИЛ «Внутрипластовое горение» Института геологии и нефтегазовых технологий, Казанский (Приволжский) федеральный университет

E-mail: Rail7777@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7566-6312>

Алексей Сергеевич Хаюзкин, научный сотрудник НИЛ «Внутрипластовое горение» Института геологии и нефтегазовых технологий, Казанский (Приволжский) федеральный университет

E-mail: alexeykhaiuzkin@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4371-7928>

Амир Фаридович Шакирзянов, кандидат физико-математических наук, доцент, Казанский (Приволжский) федеральный университет

E-mail: shamirf@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1015-9982>

Author Information

Timur R. Zakirov, Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Head of Department of Mathematical Methods in Geology, Institute of Geology and Petroleum Technologies, Kazan Federal University

E-mail: *timurz0@mail.ru*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8866-333X>

Rail I. Kadyrov, Cand. Sci. (Geology and Mineralogy), Senior Researcher, Laboratory of In-Situ Combustion, Institute of Geology and Petroleum Technologies, Kazan Federal University

E-mail: *Rail7777@gmail.com*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7566-6312>

Alexey S. Khayuzkin, Researcher, Laboratory of In-Situ Combustion, Institute of Geology and Petroleum Technologies, Kazan Federal University

E-mail: *alexeykhaiuzkin@mail.ru*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4371-7928>

Amir F. Shakirzyanov, Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Kazan Federal University

E-mail: *shamirf@mail.ru*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1015-9982>

Поступила в редакцию 17.10.2025

Принята к публикации 18.12.2025

Received October 17, 2025

Accepted December 18, 2025