

ОБЗОРНАЯ СТАТЬЯ

УДК 534.121

<https://doi.org/10.26907/2541-7746.2025.1.54-98>**Об исследованиях колебательного движения тел
в жидкости****А.Н. Нуриев , О.Н. Зайцева, О.С. Жучкова***Казанский (Приволжский) федеральный университет, г. Казань, Россия* *nuriev_an@mail.ru***Аннотация**

Представлен обзор исследований в области гидродинамики колебательного движения тела в разрезе трех разных, но во многом очень близких классов задач: о колебаниях твердых цилиндрических тел в покоящейся жидкости, об упругих колебаниях удлиненных тел в жидкости и о пропульсивном движении колеблющихся тел – колебательных движителей. Целью обзора являются систематизация результатов в обозначенной области, выделение общих гидродинамических проблем исследования и определение возможных путей их решения.

Ключевые слова: колебательное движение, вязкая несжимаемая жидкость, колебательный движитель, уравнение Навье – Стокса, асимптотический анализ, численное моделирование, эксперимент

Благодарности. Авторы выражают огромную благодарность своему учителю Егорову Андрею Геннадьевичу. Он стал проводником в механику для нас и множества молодых студентов Казанского университета. Переданная им любовь к познаниям остается путеводной звездой в наших жизнях.

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 22-79-10033).

Для цитирования: Нуриев А.Н., Зайцева О.Н., Жучкова О.С. Об исследованиях колебательного движения тел в жидкости // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2025. Т. 167, кн. 1. С. 54–98. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2025.1.54-98>.

REVIEW ARTICLE

<https://doi.org/10.26907/2541-7746.2025.1.54-98>

On the study of oscillatory motion of bodies in fluid

A.N. Nuriev ✉, O.N. Zaitseva, O.S. Zhuchkova

Kazan Federal University, Kazan, Russia

✉ nuriev_an@mail.ru

Abstract

This article reviews a large body of research on the hydrodynamics of oscillatory motion of bodies, covering three different, yet closely related, classes of problems: the oscillations of solid cylindrical bodies in a still fluid, the elastic oscillations of elongated bodies in a fluid, and the propulsive motion of oscillating bodies (oscillatory propulsors). The findings available so far are summarized. Some key challenges are identified, and their potential solutions are proposed.

Keywords: oscillatory motion, viscous incompressible fluid, oscillatory propulsor, Navier–Stokes equation, asymptotic analysis, numerical simulation, experiment

Acknowledgments. A heartfelt thanks to our mentor, Andrey G. Egorov, for his invaluable guidance in mechanics, which has inspired us and many young students at Kazan University. The passion for knowledge that he instilled in us remains a shining light in our lives.

This study was supported by the Russian Science Foundation (project no. 22-79-10033).

For citation: Nuriev A.N., Zaitseva O.N., Zhuchkova O.S. On the study of oscillatory motion of bodies in fluid. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2025, vol. 167, no. 1, pp. 54–98. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2025.1.54-98>. (In Russian)

Введение

На современном этапе развития целого спектра инновационных прикладных областей, таких как атомно-силовая микроскопия [1, 2], разработка волновых электростанций [3–6], создание перспективных систем для охлаждения микроэлектроники [7–9], разработка биоподобных движителей для беспилотных летательных и подводных аппаратов [10–20], создание акустических систем для управления микроустройствами (например, пузырьковых микророботов) и манипуляции наночастицами (в том числе «лабораторий на чипе» и биопринтеров) [21–25], разработка систем гашения колебаний конструкций и жидкости в баках [26–30], развитие методов определения свойств материалов [31–33] и жидкостей [34] и т. п., остро стоят проблемы предсказания, регулирования и управления гидродинамическим воздействием на колеблющиеся конструкции. Не секрет, что при периодическом движении в жидкости гидродинамическое воздействие может существенно изменяться (значительно сильнее, чем при стационарном обтекании) при близких параметрах колебания,

например, в зависимости от формы, положения в пространстве и взаимодействия различных элементов конструкции. Это открывает большие возможности по регулированию и управлению как нестационарным гидродинамическим воздействием, так и стационарными составляющими силы, появляющимися при определенных конфигурациях колебательного движения.

Несмотря на то, что исследования периодического движения тел в жидкости развиваются уже более ста семидесяти лет, общая теория в этой области все еще находится на этапе формирования. Отдельные блоки теоретических и экспериментальных исследований, связанные с тем или иным прикладным направлением, часто слабо пересекаются между собой как в области методов, так и в области результатов (например, сильно различаются диапазоны параметров исследования) и имеют отличия даже в терминологии. Для развития общей теории чрезвычайно важно, сложив и систематизировав все эти результаты, получить представление об общих гидродинамических процессах (об их подобии), происходящих при колебаниях тел в жидкости, провести анализ проблем исследования в названной области, а также выделить наиболее универсальные и успешные методы исследования. Именно эти цели ставит перед собой настоящая обзорная работа.

1. Колебания твердого цилиндрического тела в вязкой несжимаемой жидкости

Одно из первых аналитических исследований колебаний тела в покоящейся жидкости было проведено Дж. Стоксом в 1851 году в работе [35], в рамках которой впервые были получены оценки гидродинамического воздействия на круглый цилиндр, совершающий поступательные гармонические колебания. Представим математическую постановку этой задачи и ее решение в современных обозначениях.

Для описания течения жидкости перейдем в подвижную полярную систему координат (r, θ) , перемещающуюся поступательно вместе с центром цилиндра, и безразмерим пространственные переменные на радиус цилиндра R , время – на величину, обратно пропорциональную угловой частоте колебаний ω^{-1} , скорость – на амплитуду скорости колебаний $U = A\omega$. Используя в качестве основных характеристик течения завихренность w и функцию тока ψ , запишем определяющие уравнения и граничные условия в виде

$$\begin{aligned} r > 1: \quad w = \Delta\psi, \quad \frac{\partial w}{\partial t} - \frac{KC}{\pi r} \frac{\partial(\psi, w)}{\partial(r, \theta)} &= \frac{2}{\beta\pi} \Delta w, \quad \frac{\partial(\psi, w)}{\partial(r, \theta)} = \frac{\partial\psi}{\partial r} \frac{\partial w}{\partial\theta} - \frac{\partial\psi}{\partial\theta} \frac{\partial w}{\partial r}, \\ r = 1: \quad \psi &= 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial r} = 0, \quad r \rightarrow \infty: \quad \psi \sim -r \sin\theta \cos t. \end{aligned} \quad (1)$$

где Δ – оператор Лапласа. Безразмерные параметры β и KC определяются формулами

$$\beta = \frac{2}{\pi} \frac{R^2 \omega}{\nu}, \quad KC = \pi \frac{A}{R}.$$

Здесь ν – кинематическая вязкость жидкости, β – число Стокса или безразмерная частота колебаний, KC – безразмерная амплитуда колебаний (число Келегана–Карпентера).

Стокс построил решение этой задачи в предположении малости амплитуды колебаний $KC \ll 1$, в рамках которого в первом приближении вкладом конвективных слагаемых

можно пренебречь. Решение Стокса с использованием модифицированных функций Бесселя K_j можно представить в виде

$$\begin{aligned}\psi &= \psi^{(0)} + O(KC), & \psi^{(0)} &= \sin \theta \operatorname{Re}(\Psi_0(r)e^{it}), \\ w &= w^{(0)} + O(KC), & w^{(0)} &= \sin \theta \operatorname{Re}(W_0(r)e^{it}),\end{aligned}\quad (2)$$

$$\Psi_0 = -r + \frac{1}{r} + \frac{S_x}{r} + \chi^{-2}W_0, \quad W_0 = -2\chi \frac{K_1(\chi r)}{K_0(\chi)}, \quad S_x(\chi) = \frac{2K_1(\chi)}{zK_0(\chi)}, \quad \chi = \sqrt{\frac{i\beta\pi}{2}}.$$

По найденному решению Стокс определил гидродинамическую силу, действующую на цилиндр вдоль оси колебаний:

$$F_x = f_x^{(0)} + O(KC^2) = 2\pi \operatorname{Im} [e^{it} (1 + S_x)] + O(KC^2).$$

В используемых безразмерных переменных сила нормирована на $\rho R^2 U \omega$.

Решение Стокса не учитывает вклад конвективных слагаемых. Для оценки их значимости Г. Шлихтинг [36, 37] в 1932 году предложил использовать метод последовательных асимптотических приближений. Помимо условия малости амплитуд колебаний, Шлихтинг положил также $\beta \rightarrow \infty$, или $KC \sim \beta^{-1} \ll 1$. В этих условиях решение задачи формально представляется в виде разложения в ряд

$$\psi = KC^0(\psi^{(0,0)}\beta^0 + \psi^{(0,1)}\beta^{-1/2} + O(\beta^{-1})) + KC^1(\psi^{(1,0)}\beta^0 + O(\beta^{-1/2})) + O(KC^2).$$

Слагаемые порядка $O(KC^0)$ дают чисто периодическое стоксовское решение (они совпадают с (2), если разложить S_x в ряд при $\beta \rightarrow \infty$), члены порядка $O(KC^1)$ учитывают вклад конвективного слагаемого. Шлихтинг впервые показал, что нелинейный характер этого члена приводит к появлению в решении стационарной составляющей – вторичного стационарного течения, возникающего на фоне первичного нестационарного движения.

Обобщенное на случай произвольного значения β решение в члене $O(KC^1)$ было получено в работе Й. Хольстмарка [38] в 1954 году. В современной записи [39] его можно представить в следующем виде

$$\psi = \psi^{(0)} + KC \left(\psi_u^{(1)} + \psi_{st}^{(1)} \right) + O(KC^2),$$

где стационарная составляющая решения $\psi_{st}^{(1)}$ определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}\psi_{st}^{(1)} &= \Psi(r) \sin 2\theta, & \Psi &= \tilde{\Psi} - \frac{B}{r^2} + C \left(1 - \frac{1}{r^2} \right), \\ \tilde{\Psi} &= -\frac{\beta\pi}{2} \frac{r^4}{48} \int_1^\infty G(rx) (x^2 - 1)^3 \frac{dx}{x}, & G &= \frac{1}{4r} \operatorname{Re} (\overline{W_0} \Psi'_0 - \overline{\Psi_0} W'_0), \\ B &= \tilde{\Psi}(1), & C &= -\frac{\tilde{\Psi}'(1) + 2\tilde{\Psi}(1)}{2}.\end{aligned}\quad (3)$$

Черта сверху здесь означает комплексное сопряжение, штрихи – дифференцирование по r . Визуализация характерных вторичных картин течения представлена на рис. 1.

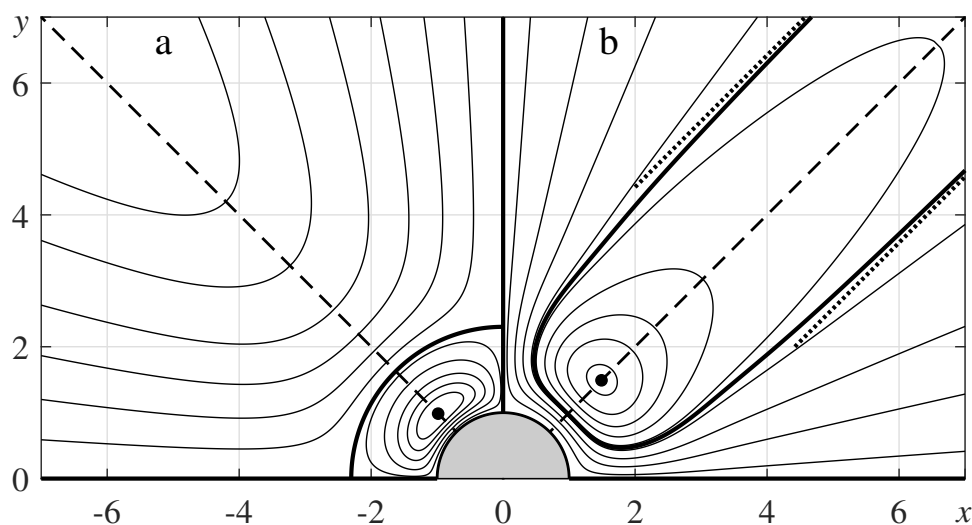


Рис. 1. Линии тока вторичных течений при поперечных колебаниях цилиндра в (а) закритическом S ($\beta = 44.5$) и (б) докритическом S^* ($\beta = 6.37$) режимах, построенные по решению (3). Жирными линиями показаны границы циркуляционных ячеек. Пунктирные линии дают их асимптотику при $r \rightarrow \infty$

Fig. 1. Streamlines of the secondary flows induced by transverse oscillations of a cylinder in (a) the supercritical S ($\beta = 44.5$) and (b) subcritical S^* ($\beta = 6.37$) regimes, based on the solution of (3). The bold lines show the boundaries of the circulation cells. The dashed lines indicate their asymptotics at $r \rightarrow \infty$

Асимптотические исследования задачи о колебаниях круглого цилиндра в разных приближениях проведены также в работах [40], [41–44], [45, 46]. Так, в частности, в работах А.Н. Нуриева и А.Г. Егорова [45, 46], в рамках развития подхода Шлихтинга в приближении $KC \ll 1$, $\beta \rightarrow \infty$, было исследовано решение в члене $O(KC^2)$. Результаты этих исследований позволяют определить соответствующую поправку к нестационарной гидродинамической силе:

$$F_x = 2\pi \sin(t) - \varepsilon 2\sqrt{2}\pi(\cos(t) - \sin(t)) - \varepsilon^2 2\pi \cos(t) - \varepsilon^3 \left(-\frac{5\pi}{2\sqrt{2}}(\cos(t) + \sin(t)) \right) - \varepsilon KC^2 2\pi \left(\frac{1}{3\sqrt{2}}(1 - 2\sqrt{2})\sin(t) + \frac{5}{12}(1 + \sqrt{2})\cos(t) \right) - \varepsilon KC^2 3\pi(\sin(3t) - \cos(3t))(6\sqrt{2} + \sqrt{3} - 5 - 2\sqrt{6})/4 + O(\varepsilon^4), \quad \varepsilon = (\beta\pi/2)^{-1/2}. \quad (4)$$

Теория Стокса, обобщенная для произвольного сечения цилиндра, была сформулирована в работе Е. Така [47], однако ее результаты дали лишь концептуальный подход к решению общей задачи, формально сводящийся к использованию метода граничных элементов. С применением этого метода автором было получено полуаналитическое решение задачи о гармонических колебаниях бесконечно тонкой пластинки с бесконечно малой амплитудой и рассчитаны гидродинамические силы, действующие на пластину. Дальнейшее свое развитие этот метод получил в работах Д. Брамли и др. [48], С. Ахсана и М. Аурели [49], где были проведены расчеты гидродинамического сопротивления для задач о гармонических колебаниях пластин конечной толщины и пластин с фланцами. Все конечные результаты этих исследований являются численными. Для практического использования

по данным этих исследований в работах [1, 49–52] были построены аппроксимационные зависимости гидродинамических сил.

Асимптотическая теория легла в основу многочисленных исследований свойств и структурных особенностей вторичных стационарных течений, формирующихся в жидкости около осциллирующих цилиндрических тел с разной формой сечения. Структура вторичных течений, возникающих при малоамплитудных колебаниях круглого цилиндра, изучена в работах [41–45, 53], вторичные течения около квадратных цилиндров с разным радиусом скругления углов и цилиндров с несимметричным сечением, близким к круглому, рассмотрены в статье [54]. Решение задачи о колебаниях эллиптического цилиндра с помощью асимптотического подхода в различных приближениях получено в [53, 55–58], исследование вторичных течений около колеблющегося профиля Жуковского – в работах [53, 59]. Визуализация вторичных течений около эллиптического цилиндра и профиля Жуковского представлена на рис. 2.

До настоящего времени асимптотические методы остаются одними из самых эффективных методов моделирования течений при малоамплитудных колебаниях, что делает их перспективным инструментом решения широкого класса новых прикладных задач в таких областях, как разработка микрофлюидных устройств, систем манипуляции микро-частицами (акустического пинцета), систем биопринтинга и т. д. (см., например, [60, 61]). Численные реализации асимптотического метода (численное решение построено во всех членах разложения) для сложных геометрий получили свое развитие в работах [60, 61].

В диапазоне умеренных и больших амплитуд основным источником данных о развитии гидродинамики при колебательном движении тел в покоящейся жидкости являются экспериментальные и численные (основанные на прямом решении уравнения Навье – Стокса) исследования. Как и в аналитических исследованиях, значительная часть результатов здесь получена для случаев колебаний цилиндрических тел с простой формой сечения: круглой, прямоугольной, ромбовидной.

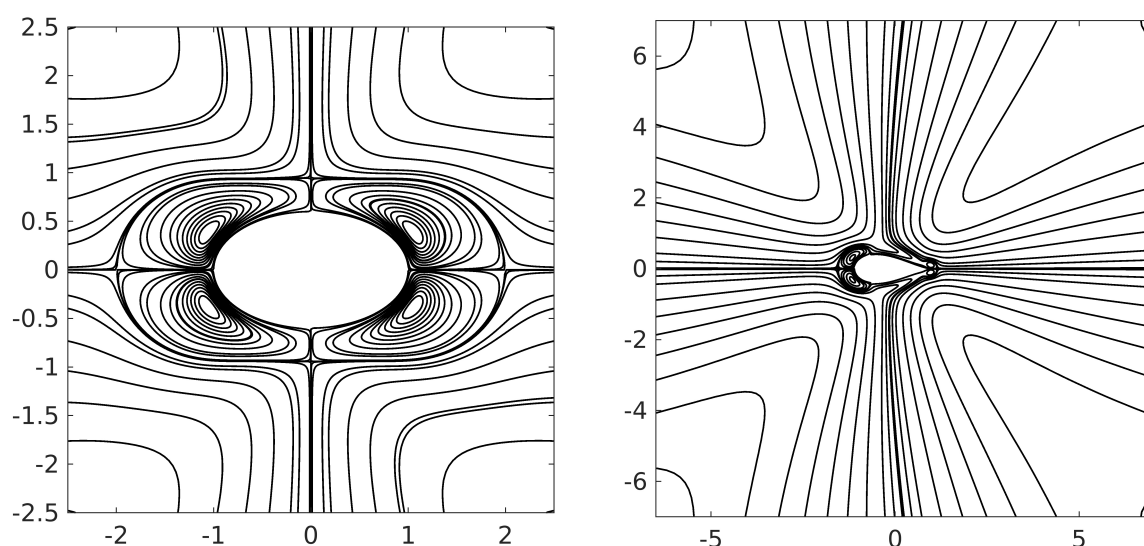


Рис. 2. Вторичные стационарные течения около эллиптического цилиндра ($\beta = 200$, $KC \ll 1$) и профиля Жуковского ($\beta = 190$, $KC \ll 1$)

Fig. 2. Secondary stationary flows around an elliptical cylinder ($\beta = 200$, $KC \ll 1$) and the Joukowski airfoil ($\beta = 190$, $KC \ll 1$)

Основу экспериментального блока составляют классические гидродинамические исследования, проведённые в 1960–1980-х годах [62–67]. Эти работы сформировали общую концепцию для анализа и интерпретации результатов как ранее проведенных аналитических исследований, так и всех последующих работ по изучению колебаний тел в покоящейся жидкости.

В экспериментальной работе Дж. Морисона, Дж. Джонсона и С. Шаафа [68] был представлен, ставший традиционным, подход к обработке гидродинамических сил (подход Морисона). Согласно ему сила, действующая на тело со стороны жидкости вдоль оси колебания пластины, представляется в виде суммы силы сопротивления C_D , пропорциональной скорости, и силы инерции C_M , пропорциональной ускорению осцилляционного движения:

$$F_x \approx \pi C_M \sin t - C_D K C |\cos t| \cos t / \pi.$$

Хотя такая интерпретация гидродинамического воздействия является сильно упрощенной, как можно видеть в (4), она не учитывает даже все члены в случае установившихся гармонических колебаний (см. также критические замечания [69, 70]), в то же время она позволяет оценить влияние двух важнейших гидродинамических эффектов: демпфирования (приводящего к отбору энергии у актуатора) и эффекта присоединенной массы.

В экспериментальных работах М. Тацуно и П. Бирмана [71–74] впервые были проведены подробные исследования структур течения, наблюдаемых около колеблющихся тел. В частности, в [74] впервые была построена карта режимов течения, возникающих около осциллирующего круглого цилиндра в широком диапазоне KC и β . Границы режимов, полученные авторами, изображены на рис. 3.

В экспериментальных работах [75–78] были проведены подробные исследования возникновения трехмерной неустойчивости течений около колеблющихся цилиндрических тел. Первые экспериментальные наблюдения трехмерной неустойчивости течения около круглого цилиндра были представлены в работе Х. Хонджи [75]. Асимптотическая оценка границы устойчивости была получена П. Холлом [79] в предположении больших β и малых KC :

$$KC_h = 5.778\beta^{-1/4}(1 + 0.205\beta^{-1/4} + \dots), \quad (5)$$

которая в широком диапазоне β совпадала с экспериментальными наблюдениями Х. Хонджи. Т. Сарпкая в работах [76–78] существенно расширил область экспериментальных наблюдений для больших чисел Стокса. Используя метод лазерно-флуоресцентной визуализации, Т. Сарпкая выделил зону формирования квазикогерентных структур, которые образуют когерентные структуры, обнаруженные Х. Хонни в [75], в окрестности линии П. Холла, определяемой уравнением (5). Нижняя граница этой зоны – граница абсолютной устойчивости двумерного течения около осциллирующего круглого цилиндра – была аппроксимирована автором следующим образом:

$$KC_{cr} = 12.5\beta^{-2/5}.$$

Экспериментальные данные в существенной степени дополняются численными исследованиями, которые начали активно проводиться с 1990-х годов. Наиболее полные и разносторонние данные собраны в настоящее время для задачи о гармонических колебаниях круглого цилиндра в покоящейся жидкости [45, 80–93]. В двумерных численных исследованиях [80–83, 87] проведен подробный структурный анализ течений, проанализирована двумерная устойчивость, построены зависимости гидродинамического сопротивления от

управляющих параметров колебательного процесса. Результаты двумерного моделирования течений в диапазоне параметров экспериментальных исследований [74] представлены на рис. 3, 4, где, в частности, продемонстрирована структура режимов течения, возникающая после (двумерной) потери устойчивости симметричных режимов обтекания S и S^* , описываемых асимптотическим решением (3).

Численные исследования трехмерной неустойчивости течений около осциллирующего круглого цилиндра проведены в работах [45, 90–92, 94]. На рис. 3, 4 изображены характерные картины течений, полученные по результатам трехмерного численного моделирования А.Н. Нуриева [45], около круглого цилиндра при возникновении трехмерной неустойчивости Хонджи. В рамках исследований [45, 94] была установлена важная особенность трехмерных течений около осциллирующего тела: даже после формирования трехмерных структур в достаточно широком диапазоне амплитуд колебания они не оказывают существенного влияния на динамику течения в плоскостях, перпендикулярных оси цилиндра, что, в частности, позволяет хорошо описать динамику течения в рамках двумерного моделирования.

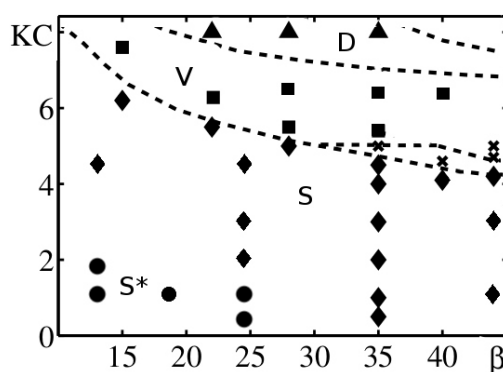


Рис. 3. Карта режимов течения около круглого цилиндра. Пунктирные линии – экспериментально наблюдаемые границы режимов [74]. Маркеры – результаты численных расчетов [80]. Визуализация режимов течения S , S^* , V и D представлена на рис. 1, 4

Fig. 3. Map of the flow regimes around a circular cylinder. The dashed lines show the regime boundaries observed experimentally [74]. The markers are the results of numerical calculations [80]. The flow regimes S , S^* , V , and D are visualized in Figs. 1, 4

В последние несколько лет благодаря развитию прикладных направлений начали активно проводиться исследования периодического движения удлиненных (цилиндрических) жестких и упругих тел некруглой формы, совершающих колебания по сложным законам. Имеющиеся данные свидетельствуют о значительных изменениях в течениях и сопутствующем гидродинамическом воздействии при варьировании как формы актуатора (колеблющегося тела), так и закона движения [62–64]. Тем не менее сколько-нибудь общих зависимостей для сил или структур течения на данный момент не установлено, и исследование каждого частного случая проводится в индивидуальном порядке (в своем, интересном с прикладной точки зрения, диапазоне параметров). Так, развитие исследований колебаний цилиндрических тел с прямоугольным профилем сечения тесно связано с изучением аэродинамического воздействия на удлиненные тонкие балочные конструкции, совершающие упругие резонансные колебания. Интерес к такому типу задач, в свою очередь, вызван появлением целого ряда перспективных технологических решений с применением пьезоактуаторов изгиба [7–9].

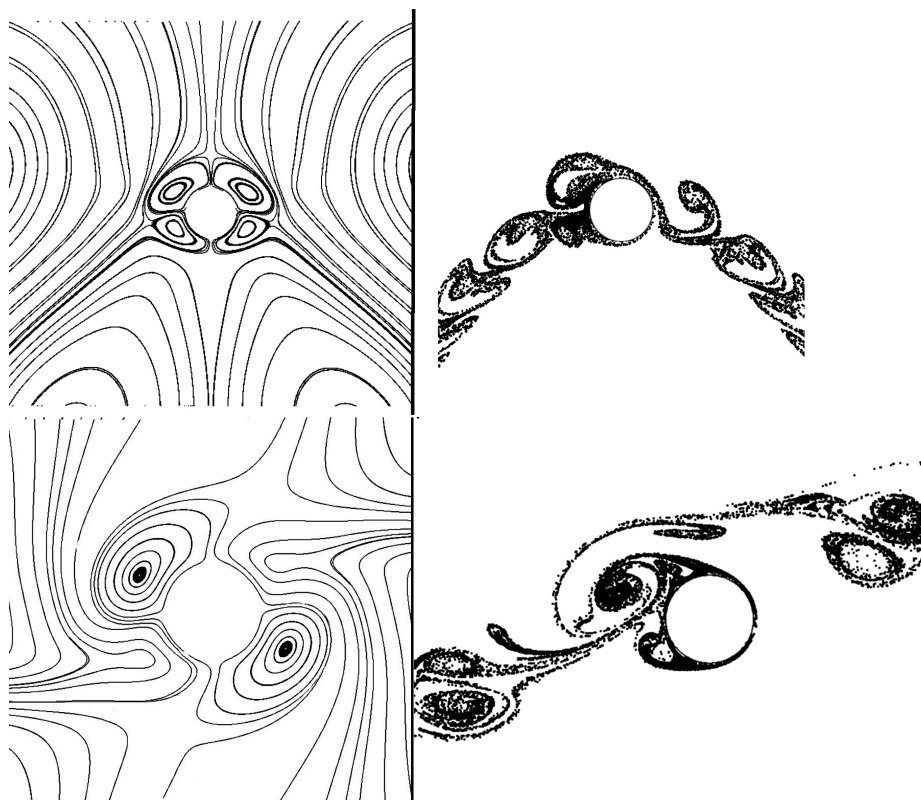


Рис. 4. Визуализация режимов течения около круглого цилиндра, совершающего поступательные колебания вдоль горизонтальной оси (плоскость xOy) при $\beta = 35$, $KC = 5.5$ (рисунок сверху, V режим), при $\beta = 35$, $KC = 8$ (рисунок снизу, D (диагональный) режим). Справа изображены линии тока вторичных течений, слева представлены мгновенные картины течений, визуализированные с помощью невесомых частиц

Fig. 4. Visualization of the flow regimes around a circular cylinder undergoing translational oscillations along the horizontal axis (xOy plane) at $\beta = 35$, $KC = 5.5$ (top image, V regime) and $\beta = 35$, $KC = 8$ (bottom image, D (diagonal) regime). Streamlines of the secondary flows are shown on the right, and the instantaneous flow patterns visualized using neutrally buoyant particles are displayed on the left

2. Упругие колебания балок в вязкой несжимаемой жидкости

В значительном числе современных работ исследования колебаний длинных упругих балок в жидкости (см., например, [7, 32, 50–52, 95, 96]) основаны на моделях квазидвумерного взаимодействия между жидкостью и балкой, согласно которым аэрогидродинамическое воздействие, оказываемое на каждое сечение балки, можно считать результатом его плоского обтекания. Таким образом, гидродинамические силы в каждом сечении считаются (как и в случае колебания твердого цилиндрического тела) функциями двух основных параметров: безразмерной частоты колебаний β и безразмерной локальной амплитуды колебаний KC . Объединение квазидвумерной модели взаимодействия, модели Морисона для описания гидродинамических сил и классической теории колебания балок дает возможность установить интегральные связи между параметрами колебания балки и гидродинамическими силами, действующими на нее со стороны жидкости. Это позволяет, в частности, использовать результаты обтекания гармонически осциллирующих жестких

цилиндрических тел для определения параметров аэродинамического воздействия на балки с аналогичным профилем поперечного сечения. Такой подход зарекомендовал себя в задачах определения аэрогидродинамического демпфирования балок при малоамплитудных колебаниях [50–52] (где максимальное значение параметра KC не превышает 0.3). Все численные и экспериментальные результаты, собранные в этой области, достаточно хорошо согласуются между собой.

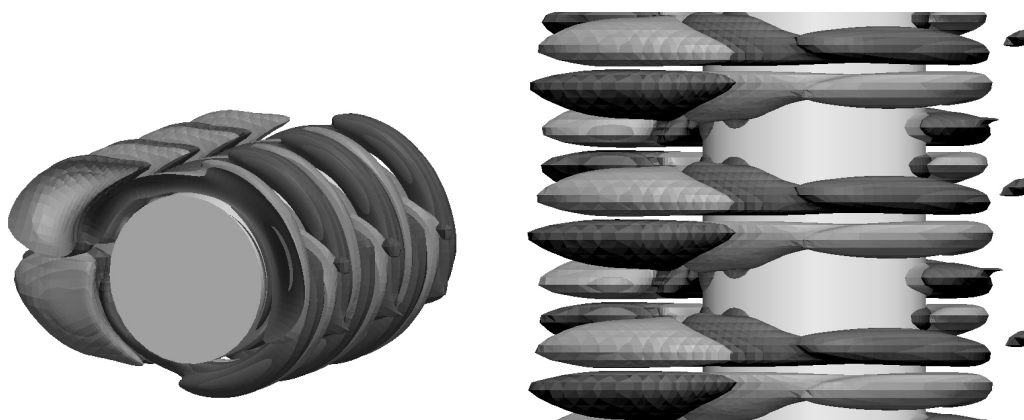


Рис. 5. Трехмерная картина течения около круглого цилиндра, совершающего поступательные колебания. Изоповерхности y -компоненты завихренности $\beta = 196$, $KC = 2.3$

Fig. 5. 3D visualization of the flow around a circular cylinder undergoing translational oscillations. Isosurfaces of the y -component of vorticity at $\beta = 196$, $KC = 2.3$

Исследования колебаний длинных балок в области больших амплитуд имеют более разрозненные результаты. Существенный разброс наблюдается даже в классических экспериментальных данных, полученных разными группами исследователей для тонких пластин – Г. Келеганом и Л. Карпентером [62], С. Сингхом, П. Бирманом, Дж. Грэхемом и др. [63–65]. Так, например, можно обнаружить существенные отличия, составляющие от 30 % до 40 % в разных диапазонах, по оценке коэффициента сопротивления пластин C_D в зоне умеренно больших значений безразмерной амплитуды $0.5 < KC < 12$.

Разброс оценок коэффициента сопротивления тонких пластин наблюдается и в ранних численных исследованиях. Первые попытки смоделировать отрывные течения при больших амплитудах колебания пластины были предприняты в работе Дж. Грэхема [97]. Используя метод дискретных вихрей (discrete-point-vortex method), автору удалось описать развитие вихревой структуры в окрестности торцов пластины, однако полученные на базе этого подхода оценки сил сопротивления, действующих на пластину, лишь качественно согласовались с экспериментальными данными [64]. Дискретная вихревая модель применялась для описания движения жидкости вокруг осциллирующей пластины в работе Р. Бидкара и др. [7]. Найденные здесь решения всюду в диапазоне $0 < KC < 5$ имели структуру, симметричную относительно оси колебания, что не соответствует экспериментальным наблюдениям. Вычисленные значения гидродинамических сил, действующих на пластину, также оказались ощутимо выше оценок, полученных экспериментально.

Современные численные модели, основанные на гидродинамике сглаженных частиц [98], методе решеточных уравнений Больцмана [99], методе конечных объемов [31, 100], дают качественно лучшее согласование с результатами экспериментов по оценке гидродинамических сил, действующих на пластины. В частности, в работе А.Н. Нуриева,

А.М. Камалутдинова и А.Г. Егорова [100] было проведено подробное исследование течений около колеблющихся пластин, соответствующего гидродинамического воздействия на них, а также причин отличия экспериментальных данных [64] и [62]. Полученные здесь результаты позволили классифицировать практически все режимы течения около пластины, обнаруженные ранее в различных экспериментальных исследованиях. Так, в названной работе впервые были смоделированы и подробно описаны диагональный и односторонний диагональный режимы, формирующиеся около пластин при умеренных и высоких амплитудах колебания и обнаруженные ранее в экспериментах [62] и [64]. В диапазоне низких амплитуд колебаний были смоделированы и изучены три симметричных режима течения (их визуализация представлена на рис. 7), локализованных ранее в экспериментальных исследованиях [101]. Большинство из описанных течений около пластин оказалось в значительной степени схожим с течениями, формирующимися у других осциллирующих цилиндрических тел, в частности круглого цилиндра. В особенности следует отметить практически идентичную структуру симметричных режимов, наблюдаемых при самых малых KC , и диагонального режима, формирующегося при высоких значениях безразмерной амплитуды колебания (см. рис. 7, 8). Как показали результаты исследования [100], несмотря на схожие режимы обтекания, наблюдаемые при одинаковых значениях параметров колебания, даже близкие по форме осциллирующие тела могут испытывать кардинально различное гидродинамическое воздействие. Так, даже изменение формы торца пластины имеет ощутимое влияние на величину гидродинамического сопротивления в режимах течения с интенсивным вихреобразованием, наблюдаемых при больших KC , в то время как влияние толщины пластины сказывается на сопротивлении уже в диапазоне малых амплитуд колебания при выходе из стоксовского режима обтекания.

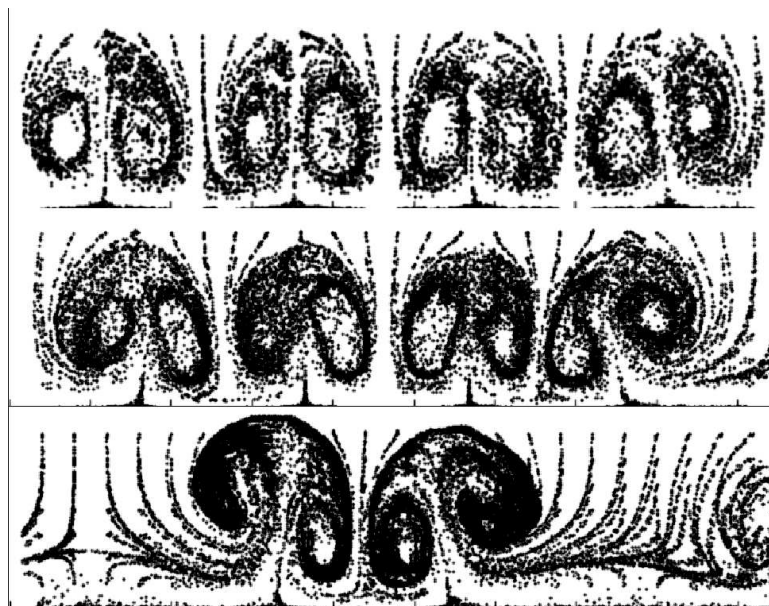


Рис. 6. Эволюция грибовидных структур (вихрей Хонджи) около осциллирующего круглого цилиндра в плоскости zOy при $\beta = 1035$, $KC = 1.5$. Визуализация с помощью невесомых частиц

Fig. 6. Evolution of the mushroom-like flow structures (Honji vortices) around an oscillating circular cylinder in the zOy plane at $\beta = 1035$, $KC = 1.5$. Visualization performed using neutrally buoyant particles

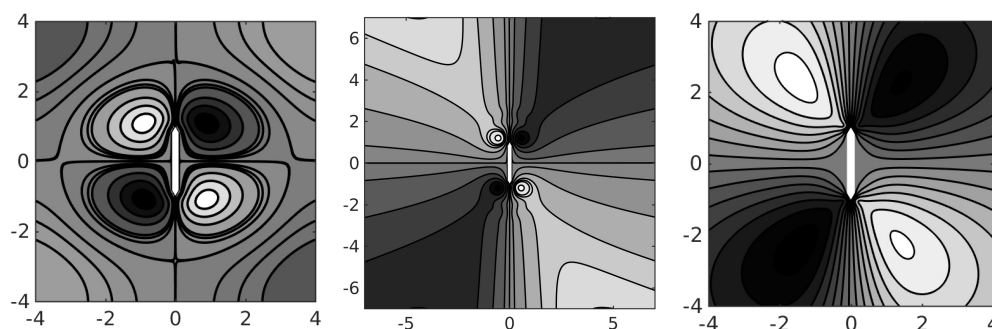


Рис. 7. Вторичные симметричные режимы течения около осциллирующих пластин
Fig. 7. Secondary symmetric flow regimes around oscillating plates

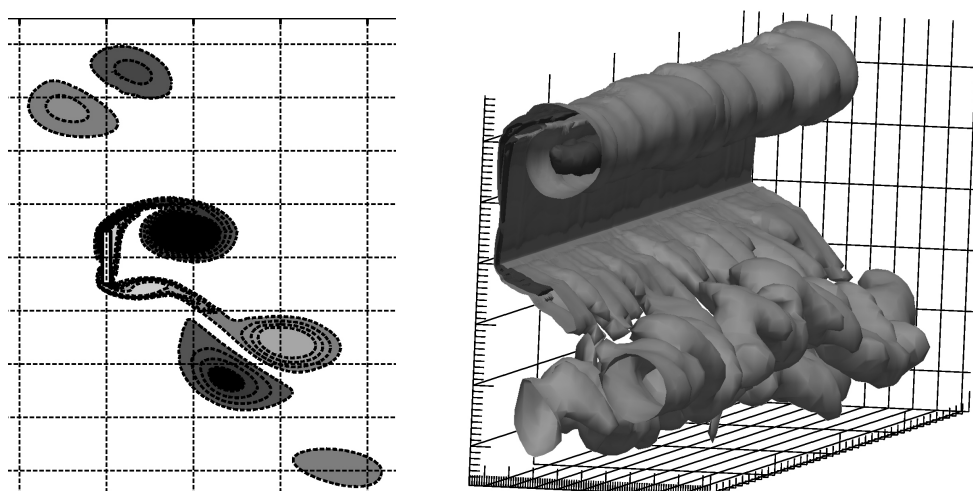


Рис. 8. Диагональный режим течения около осциллирующей пластины. Результаты двумерного и трехмерного моделирования ($KC = 7$, $\beta = 64$)

Fig. 8. Diagonal flow regime around an oscillating plate. Results of the 2D and 3D simulations ($KC = 7$, $\beta = 64$)

В работах А.Г. Егорова и его учеников [32, 95, 102, 103] были представлены результаты по определению характеристик силового аэродинамического воздействия на длинные балки по экспериментально измеренным параметрам колебания в диапазоне $0 < KC < 12$. Переход от параметров колебания к аэродинамическим характеристикам в этих работах проводился в рамках квазидвумерной гипотезы с помощью решения нелинейных интегральных уравнений с ядром, определяемым профилем основной моды изгибных колебаний. Авторами была получена следующая формула для определения гидродинамического воздействия на сечение балки в зависимости от локальных параметров KC и β :

$$C_D(KC, \beta) = \frac{28.97}{KC\sqrt{\beta}} + 0.171 \left(\frac{KC}{2\pi} \right)^{a-0.58} \frac{\left(a + 3.087 + 25.8 \left(\frac{KC}{2\pi} \right)^a \right)}{\left(0.12 + \left(\frac{KC}{2\pi} \right)^a \right)^2},$$

где $a = 1.03 + 16.61\beta^{-0.627}$. Этот результат оказался в достаточной степени согласован с оценками, полученными в рамках расчетов для плоских течений, и с экспериментальными данными по обтеканию жестких недеформируемых пластин в диапазоне $KC < 12$, $50 < \beta < 1500$.

Трехмерные численные и экспериментальные исследования гидродинамики около колеблющихся упругих балок, а также изучение границ применимости квазидвумерной теории были проведены в работах [8,9,103–107]. В исследовании А. Фаччи и М. Порфири [104] дана оценка границ применимости квазидвумерной модели взаимодействия в диапазоне малых амплитуд колебаний $KC < 0.35$. В ходе трехмерного численного моделирования авторами было показано, что для пластин с безразмерной длиной (определяемой как отношение длины к ширине) $L > 3$ трехмерные эффекты, в том числе сход вихрей со свободного конца пластины, оказывают минимальное влияние на распределение аэродинамических сил вдоль пластины.

В работах А.Н. Нуриева и др. [103, 107] исследование границ применимости квазидвумерной модели проведено для более широкого диапазона амплитуд $KC \leq 6$ – показано, что при обтекании длинных балок $L = 10, 20$ формируется квазидвумерная зона течений, в которой поперечные потоки становятся доминирующими. Квазидвумерная зона у балок длины $L = 20$ образуется во всем диапазоне исследуемых параметров $KC \leq 6$, $200 \leq \beta \leq 550$ в средней части балки на удалении от фиксированного основания и свободного конца. В этой зоне наблюдаются практически все те же ключевые режимы течения, что возникают при колебаниях жестких пластин: симметричный режим, С-образный, односторонний диагональный режим и диагональный режим обтекания (визуализация последнего представлена на рис. 9). Границы режимов в квазидвумерной зоне оказались чувствительными к значению безразмерной амплитуды колебаний конца балки. Наиболее точно соответствуют карте плоских течений по KC режимы, наблюдаемые в окрестностях торцов балки вне зоны трехмерных торцевых эффектов.

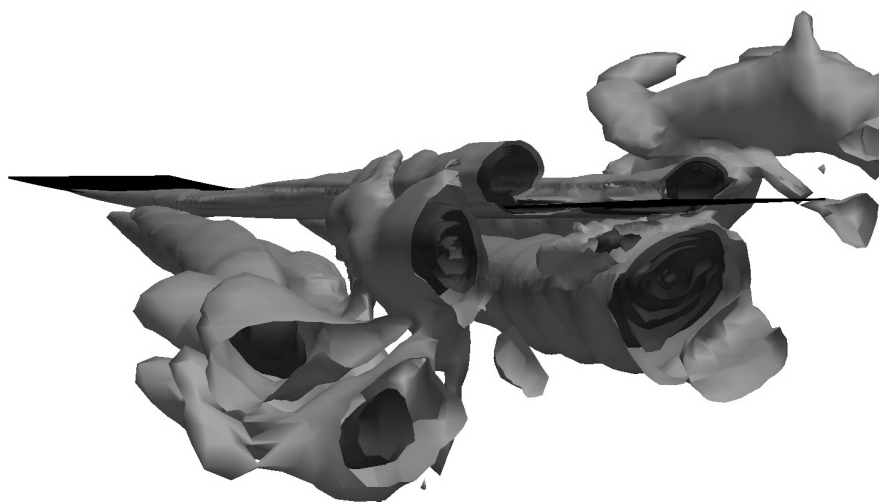


Рис. 9. Диагональный режим, формирующийся в средней части балки, совершающей изгибные колебания ($\beta = 200$)

Fig. 9. Diagonal flow regime developing in the central part of a beam undergoing flexural oscillations ($\beta = 200$)

Для коротких балок $L < 3$ квазидвумерная гипотеза оказалась неприменимой (см. работы [8,9,105,106]), здесь значительную роль (или даже доминирующую) играют течения, развивающиеся вдоль балки. Формирование интенсивных продольных течений изменяет поперечное гидродинамическое воздействие и приводит к возникновению новых гидродинамических эффектов, таких, например, как сила тяги, направленная вдоль оси балки.

3. Колебательные движители

Изучение механизмов возникновения тяги в процессе колебательного движения тел, а также устойчивого направленного движения колеблющихся тел является еще одним важнейшим направлением развития исследований в обозреваемой области. Оно напрямую связано с изучением полета птиц и плавания рыб, а также созданием биомиметических колебательных движителей. Теория колебательного движения тел в потоке стала развиваться с начала 20-го века. В 1922 году Л. Прандтлем [108] была сформулирована проблема нестационарного движения крыла, которая в линейном приближении была решена в работе В. Бирнбаума [109]. Решение дало качественные оценки силы тяги, создаваемой крылом. Подход Прандтля – Бирнбаума, основанный на введении поверхностей разрыва скоростей внутри идеальной жидкости, стал базой для многочисленных исследований аэрогидромеханики машущего крыла. Развивая этот подход, Т. Теодорсен [110] в 1935 году сформулировал теорию для расчета гидродинамических сил, действующих на крыло в случае малоамплитудных гармонических колебаний (предполагая выполнение постулата Жуковского – Чаплыгина). Опираясь на нее, И. Гаррик [111] получил выражение для силы тяги колеблющегося тонкого профиля. В дальнейшем эта теория развивалась в работах Г. Вагнера [112], Г. Глауэрта [113] и др. Практически в то же время в работах Г. Кюсснера [114], Г. Кюсснера и И. Шварца [115] был предложен метод решения проблемы нестационарного движения крыла, основанный на суперпозиции сингулярностей (в идеальной жидкости). В СССР решение задачи об оценке силы тяги, действующей на тонкую осциллирующую пластинку в идеальной жидкости, было получено в 1935 году М.В. Келдышем и М.А. Лаврентьевым [116] на основе методов комплексного анализа. Этот подход нашел свое дальнейшее развитие в работах Л.И. Седова [117], А.И. Некрасова [118] и других исследователей. В 1935 году Т. Карман и И. Бюргерс в работе [119] описали особую структуру вихревого следа, формирующегося за осциллирующим крыловым профилем. Он оказался похожим на классическую дорожку Кармана, но с противоположным направлением вращения вихрей (его называют также вихревой дорожкой Голубева). Это дало толчок к формированию еще одного класса моделей аэрогидродинамики машущего крыла (в идеальной жидкости), основу которого заложил в 1940-е годы В.В. Голубев [120, 121].

В настоящее время подходы к исследованию аэрогидродинамики жесткого машущего крыла, основанные на теории идеальной жидкости, продолжают активно развиваться как в области совершенствования чисто аналитических моделей, так и в направлении создания аналитико-численных и численных методов, таких как метод дискретных вихрей и панельный метод. В этой связи можно отметить работы К.В. Рождественского [122, 123], Д.Н. Горелова [124], Р. Жбиковски [125], А. Адзумы и М. Окамото [126], Д. Матеску и М. Абдо [127], С. Глегга и У. Девенпорта [128], Г.Я. Дынниковой и др. [129], В.А. Рыжова [130], Д. Питерса [131, 132].

В 1960-х годах стало развиваться еще одно направление исследований колебательных движителей, посвященное изучению формирования тяги за счет периодического изменения формы тела (большое влияние на которое оказал парадокс Грея). Начало плоской теории движения тонкого волнообразно колеблющегося профиля (в идеальной жидкости) было положено в работах Дж. Зикмана [133] и Т. Ву [134]. Зикман распространил развитую Л. Шварцем [135] теорию граничных и свободных вихрей, в которой тонкое крыло представлено распределением пограничных вихрей, а след – свободными вихрями. Т. Ву развил теорию Теодорсена [110], однако вместо потенциала скоростей использовал

потенциал ускорений. Результаты Дж. Зикмана и Т. Ву были апробированы в рамках экспериментов Х. Келли и др. [136], в которых исследовались колебания резиновых и металлических пластинок в воде. Экспериментальные данные измерений тяги оказались ниже расчетных, что указывает на важность учета вязких эффектов на пластинке и соответствующих потерь энергии. В дальнейшем плоская теория развивалась в работах [137–141]. В работах Л.И. Коренной [140, 141] в рамках плоской теории была рассмотрена гипотеза об уменьшении сопротивления трения на волнообразно колеблющемся теле. Автору удалось показать, что в процессе распространения локомоторной волны вдоль движущейся в воде гибкой пластины от ее головной части к хвостовой при определенных условиях отдельные ее участки могут двигаться как в направлении обтекающего потока, так и в обратном направлении.

Основоположником пространственной теории пропульсивного движения колеблющегося тонкого тела можно считать Дж. Лайтхилла [142–145], разработавшего модель для определения тяги длинного цилиндрического тела переменного сечения, совершающего волнообразные движения (в идеальной жидкости). Идеи Лайтхилла получили дальнейшее развитие в ряде работ [146–153]. В [149, 150] теория тонкого тела была распространена на случай анализа пропульсивных характеристик рыбоподобного тела, которое может иметь плавники различной конфигурации. Независимо в 1960–1980-е годы аналогичная теория волнового движения тела развивалась в СССР М.А. Лаврентьевым и М.М. Лаврентьевым [154], Г.В. Логвиновичем [155–157], В.Е. Пятецким и Е.В. Романенко [158, 159]. В настоящее время подходы к исследованию аэрогидродинамики колеблющегося тонкого тела, основанные на теории идеальной жидкости, продолжают активно развиваться. Отметим в этой связи работы [160–164].

В 1980-х годах начали активно развиваться исследования в области разработки математических моделей, учитывающих упругие свойства машущего крыла и упругих связей, обеспечивающих его крепление к несущей конструкции. Отметим здесь работы Д.Н. Горелова [165], Р.А. Грунтфеста и Н.П. Дерезиной [166, 167], Ф.Н. Шклярчука и Т.В. Гришаниной [168, 169], К.В. Рождественского и В.А. Рыжова [130, 170, 171], Дж. Каца и Д. Вайса [172], Е.И. Каргузова [173], М.А. Сумбатяна и А.Е. Тарасова [174, 175]. Аэроупругие модели машущего крыла обычно сочетают в себе классическую балочную теорию с аэрогидродинамическими моделями движения крыла в идеальной жидкости. На основе такого подхода аэроупругий анализ гибкого крыла был проведен в работе М. Берчи и др. [176]. Для постановки задачи было использовано уравнение Эйлера – Бернулли для балки, при этом аэродинамические нагрузки учитывались с помощью модели, представленной в работе [131] и развивающей классический подход Прандтля – Бирнбаума. Т.В. Гришаниной и Ф.Н. Шклярчуком [169] были исследованы нестационарные аэродинамические нагрузки, действующие на деформируемый тонкий профиль при его произвольном движении в несжимаемом потоке с поперечными порывами ветра. Для решения задачи было использовано точное решение Кюсснера [177], в котором функция Теодорсена аппроксимировалась суммой дробных функций с полюсами [178]. Объединив полученные уравнения с дифференциальными уравнениями движения профиля, авторы исследовали устойчивость аэроупругой системы и провели расчет ее динамической реакции на порывы ветра.

Наиболее слабой стороной аэрогидродинамических моделей пропульсивного движения, основанных на теории идеальной жидкости, является необходимость формулирования дополнительных предположений о точках отрыва потока или структуре вихревого следа,

которые в большинстве случаев существенно ограничивают область применимости таких моделей. Начиная с 1990-х годов, появились возможности прямого численного моделирования аэрогидродинамики машущего крыла и рыбоподобного движения (решение полного уравнения Навье–Стокса), см., например, [179–192]. В настоящее время для изучения аэрогидродинамики птиц и рыб в жидкости широко используют и полные трехмерные численные модели (см., например, [193–196]). На основе данных обзорной работы 2020 года Ся Ву и др. [197] отметим, что за последние два десятилетия (с 2000 по 2020 год) прямое численное моделирование гидродинамики около колеблющихся профилей NASA0014, NASA0012 и NASA0009 проводилось более чем в двадцати четырех исследованиях, около колеблющегося эллиптического цилиндра – более чем в шести исследованиях, около колеблющейся тонкой пластинки – более чем в четырнадцати исследованиях и т. д. При этом практически все полученные результаты находятся в разных диапазонах параметров (частот, амплитуд, фазовых сдвигов, углов поворота, скоростей набегающего потока и т. д.), что существенно осложняет их систематизацию.

Относительно недавно при исследовании пропульсивного движения тел в жидкости стали применять асимптотические методы решения уравнения Навье–Стокса. Развивая идеи [36–38], Н. Райли и Е. Ватсон [198] провели асимптотическое исследование задачи о вращательно-поступательных колебаниях круглого цилиндра. В этой работе главным образом рассматривались структурные особенности вторичных течений в условиях нулевой средней скорости движения цилиндра. Для случая высоких частот авторами было отмечено появление ненулевой средней силы, действующей на цилиндр.

В исследованиях А.Н. Нуриева и А.Г. Егорова [199, 200] в 2022 году в рамках асимптотического подхода впервые были получены аналитические решения уравнения Навье–Стокса, описывающие крейсерский режим движения машущего цилиндрического крыла при малоамплитудных колебаниях $KC \ll 1$. Задача была сформулирована аналогично (1), но помимо поступательных были заданы еще и вращательные колебания:

$$r = 1 : \quad \psi = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = \xi \cos t, \quad r \rightarrow \infty : \quad \psi \sim -r \sin \theta \cos t + u_\infty r \cos(\theta + \alpha). \quad (6)$$

Течение при такой постановке определяется тремя параметрами подобия: KC , β и ξ . Последний определяет отношение амплитуд вращательного Θ и поступательного A колебаний:

$$\xi = R\Theta/A = \pi\Theta/KC.$$

Условие на бесконечности (6) задает однородный осцилляционный поток в направлении (оси Ox) колебаний цилиндра, а также стационарный поток, направленный под углом α к оси Oy , который определяет среднюю скорость движения цилиндра в жидкости $u_\infty = u_\infty^* \Theta$.

В работе [199] были определены первые два члена разложения по KC

$$\psi = \psi^{(0)} + KC(\psi^{(1,u)} + \psi^{(1,s)})/\pi \dots$$

Слагаемое $\psi^{(0)}$ описывает стоксовское чисто периодическое течение около цилиндра. Решение при KC содержит как периодическую $\psi^{(1,u)}$, так и стационарную $\psi^{(1,s)}$ составляющие. Последняя определяет вторичные течения около цилиндра.

Выражение для стационарной составляющей было получено в названной работе в виде

$$\begin{aligned}\psi^{(1,s)} &= \Psi_x(r) \sin 2\theta + \xi \Psi_\theta(r) \cos \theta, \\ \Psi_x &= \tilde{\Psi}_x - \frac{B_x}{r^2} + C_x \left(1 - \frac{1}{r^2}\right), \quad \Psi_\theta = \tilde{\Psi}_\theta - \frac{B_\theta}{r} + C_\theta \left(r - \frac{1}{r}\right) + D \left(r \ln r - \frac{r}{2} + \frac{1}{2r}\right), \\ \tilde{\Psi}_x &= -\frac{r^4}{48} \frac{\beta\pi}{2} \int_1^\infty G_x(rx) (x^2 - 1)^3 \frac{dx}{x}, \quad \tilde{\Psi}_\theta = -\frac{r^4}{16} \frac{\beta\pi}{2} \int_1^\infty G_\theta(rx) (x^4 - 4x^2 \ln x - 1) dx;\end{aligned}\tag{7}$$

$$\begin{aligned}G_\theta(r; \beta) &= \frac{1}{r} \frac{\beta\pi}{2} \operatorname{Im}(S) |\Phi_1|^2 - \frac{\beta\pi}{4} \operatorname{Im} \left((1 - \bar{S}r^{-2}) \Phi_1 \right), \\ G_x(r; \beta) &= \frac{\beta\pi}{4} \operatorname{Im} \left(\frac{\bar{S}\Phi_0}{r^2} + 2S\Phi_2\bar{\Phi}_0 - S\Phi_2 \right), \\ \Phi_k(r; \beta) &= \frac{K_k(\sqrt{i\beta\pi/2}r)}{K_k(\sqrt{i\beta\pi/2})}, \quad S(\beta) = \frac{K_2(\sqrt{i\beta\pi/2})}{K_0(\sqrt{i\beta\pi/2})}.\end{aligned}$$

Граничные условия при $r = 1$, $r \rightarrow \infty$ удовлетворяются за счет выбора произвольных констант $B_{x,\theta}$, $C_{x,\theta}$

$$B_{x,\theta} = \tilde{\Psi}_{x,\theta}(1), \quad C_\theta = -\frac{\tilde{\Psi}'_\theta(1) + \tilde{\Psi}_\theta(1)}{2}, \quad C_x = -\frac{\tilde{\Psi}'_x(1) + 2\tilde{\Psi}_x(1)}{2}, \quad D = 0.$$

Крейсерская скорость движения из этого решения определяется как

$$u_\infty^* = C_\theta(\beta), \quad \alpha = 0.\tag{8}$$

Кривая изменения коэффициента крейсерской скорости $u_\infty^* = C_\theta$ в зависимости от β , построенная по этому аналитическому выражению, представлена на рис. 10, на нем же маркерами изображены результаты прямого численного моделирования пропульсивного движения цилиндра.

Сопоставление численных и аналитических результатов показало, что диапазон применимости построенного асимптотического приближения (где различие между теоретическими и численными оценками крейсерской скорости не превышает 12 %) достаточно широк: для умеренных частот $100 \leq \beta \leq 300$ определяется как $0 < KC \leq 2.5$, $0.3 \leq \Theta \leq 1.7$; для высоких частот $300 < \beta < 4000$ имеет следующие границы: $0 < KC \leq 1$, $0.3 \leq \Theta \leq 1.7$. В обозначенных границах найденное асимптотическое решение хорошо описывает всю структуру вторичного течения (см. рис. 11).

В целом результаты [199, 200] указывают на большие перспективы использования асимптотических методов в области исследования колебательных движителей.

Заключение

Проведенный обзор показал, что решение широкого класса прикладных задач, связанных с колебаниями жестких и упругих тел в жидкости, сводится к одному и тому же блоку гидродинамических проблем взаимодействия удлиненного тела с вязкой жидкостью. Сюда можно отнести и проблемы влияния формы колеблющегося тела, закона и параметров колебаний на структуру первичных и вторичных течений, их интегральные и локальные

характеристики, проблемы появления двумерных и трехмерных неустойчивостей течения, взаимодействия форм и частот колебательного движения, минимизации или максимизации гидродинамического сопротивления и т. д. Отдельные результаты из разных областей здесь являются своего рода кусочками мозаики. Складывая их, можно построить общую картину гидродинамических процессов.

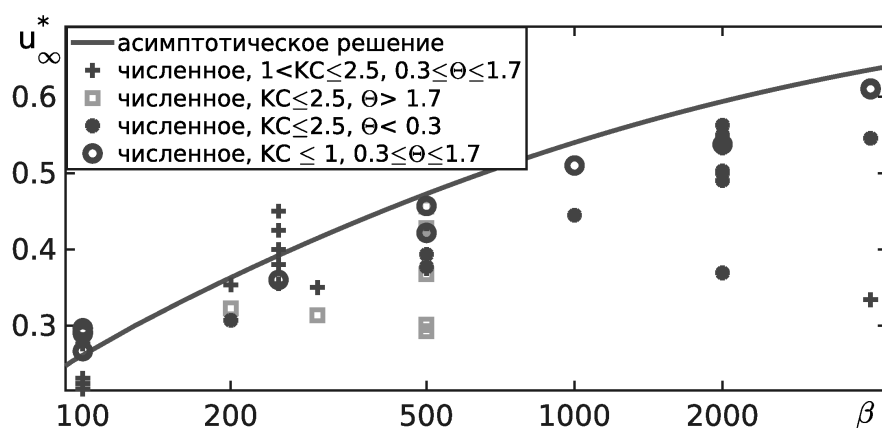


Рис. 10. Зависимость скорости u_{∞}^* от безразмерной частоты колебаний β . Сплошная линия – кривая асимптотической зависимости (8), маркеры – численные данные

Fig. 10. Velocity u_{∞}^* in relation to the dimensionless oscillation frequency β . The solid line corresponds to the asymptotic curve (8), and the markers are numerical results

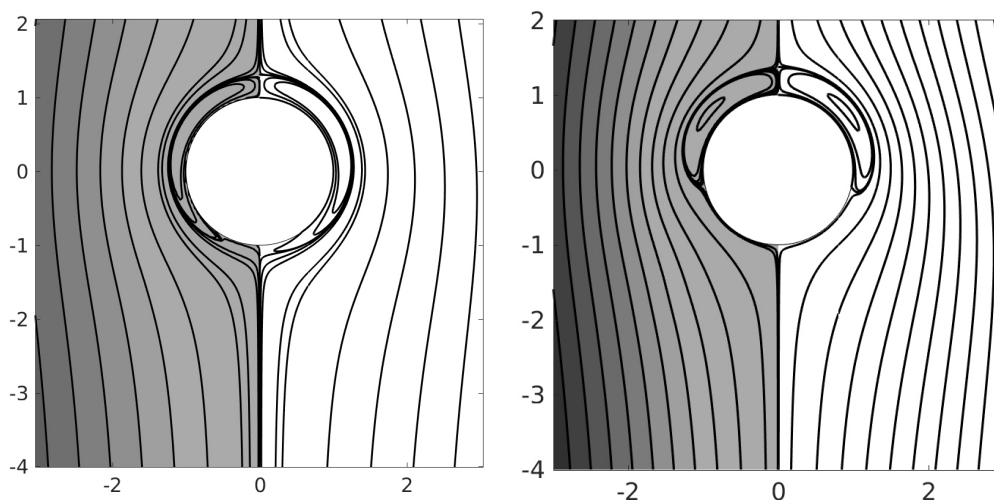


Рис. 11. Линии тока вторичных течений около цилиндра, совершающего вращательно-поступательные колебания, построенные по решению (7) (правая часть изображения) и полученные в рамках прямого численного моделирования (левая затемненная часть изображения) для $\beta = 100$, $KC = 0.4$, $\xi = 7.3$ и $KC = 2$, $\xi = 2$

Fig. 11. Streamlines of the secondary flows around a cylinder undergoing combined translational and rotational oscillations derived from the solution of (7) (the right side) and obtained from the direct numerical simulation (the left shaded side) for $\beta = 100$, $KC = 0.4$, $\xi = 7.3$ and $KC = 2$, $\xi = 2$

Литература

1. *Sader J.E.* Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope // *J. Appl. Phys.* 1998. V. 84, No 1. P. 64–76.
<https://doi.org/10.1063/1.368002>.
2. *Scherer M.P., Frank G., Gummer A.W.* Experimental determination of the mechanical impedance of atomic force microscopy cantilevers in fluids up to 70 kHz // *J. Appl. Phys.* 2000. V. 88, No 5. P. 2912–2920. <https://doi.org/10.1063/1.1287522>.
3. *Aureli M., Prince Ch., Porfiri M., Peterson S.D.* Energy harvesting from base excitation of ionic polymer metal composites in fluid environments // *Smart Mater. Struct.* 2010. V. 19, No 1. Art. 015003. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/19/1/015003>.
4. *Erturk A., Inman D.J.* Piezoelectric Energy Harvesting. Chichester: John Wiley & Sons. 2011. 416 p. <https://doi.org/10.1002/9781119991151>.
5. *Yu Y.-H., Tom N., Jenne D.* Numerical analysis on hydraulic power take-off for wave energy converter and power smoothing methods // *Proc. ASME 2018 37th Int. Conf. on Ocean, Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. V. 10: Ocean renewable energy. Art. OMAE2018-78176, V010T09A043. Madrid: ASME, 2018. <https://doi.org/10.1115/OMAE2018-78176>.
6. *Martin P.A., Farina L.* Radiation of water waves by a heaving submerged horizontal disc // *J. Fluid Mech.* 1997. V. 337. P. 365–379. <https://doi.org/10.1017/S0022112097004989>.
7. *Bidkar R.A., Kimber M., Raman A., Bajaj A.K., Garimella S.V.* Nonlinear aerodynamic damping of sharp-edged flexible beams oscillating at low Keulegan–Carpenter numbers // *J. Fluid Mech.* 2009. V. 634. P. 269–289. <https://doi.org/10.1017/s0022112009007228>.
8. *Ebrahimi N.D., Eldredge J.D., Ju Y.S.* Wake vortex regimes of a pitching cantilever plate in quiescent air and their correlation with mean flow generation // *J. Fluids Struct.* 2019. V. 84. P. 408–420. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2018.11.010>.
9. *Oh M.H., Seo J., Kim Y.-H., Choi M.* Endwall effects on 3D flow around a piezoelectric fan // *Eur. J. Mech. – B/Fluids*. 2019. V. 75. P. 339–351.
<https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2018.10.021>.
10. *Козлов В.В., Онищенко Д.А.* О движении в идеальной жидкости тела, содержащего внутри себя подвижную сосредоточенную массу // *ПММ*. 2003. Т. 67, № 4. С. 620–633.
11. *Черноуцько Ф.Л.* Оптимальные периодические движения двухмассовой системы в сопротивляющейся среде // *ПММ*. 2008. Т. 72, № 2. С. 202–215.
12. *Егоров А.Г., Захарова О.С.* Оптимальное по энергетическим затратам движение виброробота в среде с сопротивлением // *ПММ*. 2010. Т. 74, № 4. С. 620–632.
13. *Nuriev A.N., Egorov A.G., Zaitseva O.N., Kamalutdinov A.M.* Asymptotic study of the aerohydrodynamics of a flapping cylindrical wing in the high-frequency approximation // *Lobachevskii J. Math.* 2022. V. 43, No 8. P. 2250–2256.
<https://doi.org/10.1134/S1995080222110233>.
14. *Болотник Н.Н., Фигурина Т.Ю., Черноуцько Ф.Л.* Оптимальное управление прямолинейным движением системы двух тел в сопротивляющейся среде // *ПММ*. 2012. Т. 76, № 1. С. 3–22.

15. *Childress S., Spagnolie S.E., Tokieda T.* A bug on a raft: Recoil locomotion in a viscous fluid // *J. Fluid Mech.* 2011. V. 669. P. 527–556. <https://doi.org/10.1017/S002211201000515X>.
16. *Borisov A.V., Mamaev I.S., Vetchanin E.V.* Self-propulsion of a smooth body in a viscous fluid under periodic oscillations of a rotor and circulation // *Regular Chaotic Dyn.* 2018. V. 23, Nos 7–8. P. 850–874. <https://doi.org/10.1134/S1560354718070043>.
17. *Kopman V., Porfiri M.* Design, modeling, and characterization of a miniature robotic fish for research and education in biomimetics and bioinspiration // *IEEE/ASME Trans. Mechatron.* 2013. V. 18, No 2. P. 471–483. <https://doi.org/10.1109/tmech.2012.2222431>.
18. *Yeh P.D., Alexeev A.* Free swimming of an elastic plate plunging at low Reynolds number // *Phys. Fluids.* 2014. V. 26, No 5. Art. 053604. <https://doi.org/10.1063/1.4876231>.
19. *Yeh P.D., Demirer E., Alexeev A.* Turning strategies for plunging elastic plate propulsor // *Phys. Rev. Fluids.* 2019. V. 4. Art. 064101. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.4.064101>.
20. *Shintake J., Cacucciolo V., Shea H., Floreano D.* Soft biomimetic fish robot made of dielectric elastomer actuators // *Soft Rob.* 2018. V. 5, No 4. P. 466–474. <https://doi.org/10.1089/soro.2017.0062>.
21. *Feng J., Cho S.K.* Two-dimensionally steering microswimmer propelled by oscillating bubbles // *Proc. 2014 IEEE 27th Int. Conf. on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*. San Francisco, CA, 2014. P. 188–191. <https://doi.org/10.1109/MEMSYS.2014.6765606>.
22. *Dijkink R.J., van der Dennen J.P., Ohl C.D., Prosperetti A.* The ‘acoustic scallop’: A bubble-powered actuator // *J. Micromech. Microeng.* 2006. V. 16, No 8. P. 1653–1659. <https://doi.org/10.1088/0960-1317/16/8/029>.
23. *Chen C., Zhang S.P., Mao Z., Nama N., Gu Y., Huang P.-H., Jing Y., Guo X., Costanzo F., Huang T.J.* Three-dimensional numerical simulation and experimental investigation of boundary-driven streaming in surface acoustic wave microfluidics // *Lab Chip.* 2018. V. 18, No 23. P. 3645–3654. <https://doi.org/10.1039/C8LC00589C>.
24. *Zhu H., Zhang P., Zhong Z., Xia J., Rich J., Mai J., Su X., Tian Z., Bachman H., Rufo J., Gu Y., Kang P., Chakrabarty K., Witelski T.P., Huang T.J.* Acoustohydrodynamic tweezers via spatial arrangement of streaming vortices // *Sci. Adv.* 2021. V. 7, No 2. Art. eabc7885. <https://doi.org/10.1126/sciadv.abc7885>.
25. *Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Г., Осипов П.П., Ткаченко Л.А., Шайдуллин Л.Р.* Волновая динамика газовзвесей и отдельных частиц при резонансных колебаниях // *ТБТ.* 2021. Т. 59, № 3. С. 443–466. <https://doi.org/10.31857/S0040364421030054>.
26. *Zhu L., Lim H.-C.* Hydrodynamic characteristics of a separated heave plate mounted at a vertical circular cylinder // *Ocean Eng.* 2017. V. 131. P. 213–223. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2017.01.007>.
27. *McNamara K.P., Love J.S., Tait M.J.* Nonlinear modeling of series-type pendulum tuned mass damper-tuned liquid damper // *J. Vib. Acoust.* 2022. V. 144, No 4. Art. 041006. <https://doi.org/10.1115/1.4053636>.
28. *McNamara K.P., Tait M.J.* Modeling the response of structure-tuned liquid damper systems under large amplitude excitation using smoothed particle hydrodynamics // *J. Vib. Acoust.* 2022. V. 144, No 1. Art. 011008. <https://doi.org/10.1115/1.4051266>.

29. Бужинский В.А. Колебания жидкости в цилиндрических баках с продольными демпфирующими перегородками // Изв. РАН. МЖГ. 2020. № 1. С. 9–21.
30. Бужинский В.А., Петряхин Д.А., Соломонов Е.В. Колебания в жидкости пластин с ребрами жесткости // Изв. РАН. МЖГ. 2022. № 1. С. 39–46.
31. Egorov A.G., Kamalutdinov A.M., Nuriev A.N., Paimushin V.N. Theoretical-experimental method for determining the parameters of damping based on the study of damped flexural vibrations of test specimens 2. Aerodynamic component of damping // Mech. Compos. Mater. 2014. V. 50, No 3. P. 267–278. <https://doi.org/10.1007/s11029-014-9413-3>.
32. Егоров А.Г., Камалутдинов А.М., Нуриев А.Н., Паймушин В.Н. Экспериментальное определение демпфирования колебаний пластины вязкой жидкостью // ДАН. 2017. Т. 474, № 2. С. 172–176. <https://doi.org/10.7868/S0869565217140079>.
33. Paimushin V.N., Firsov V.A., Shishkin V.M. Identification of the dynamic elasticity characteristics and damping properties of the OT-4 titanium alloy based on study of damping flexural vibrations of the test specimens // J. Mach. Manuf. Reliab. 2019. V. 48, No 2. P. 119–129. <https://doi.org/10.3103/S1052618819020110>.
34. Payam A.F., Trewby W., Voitchovsky K. Simultaneous viscosity and density measurement of small volumes of liquids using a vibrating microcantilever // Analyst. 2017. V. 142, No 9. P. 1492–1498. <https://doi.org/10.1039/C6AN02674E>.
35. Stokes G.G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums // Trans. Cambridge Philos. Soc. 1851. V. 9. Pt. 2. P. 8–106.
36. Schlichting H. Berechnung ebener periodischer Grenzschichtströmungen // Phys. Zeit. 1932. Bd. 33. S. 327–335.
37. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / под ред. Л.Г. Лойцянского. М.: Наука, 1974. 712 с.
38. Holtmark J., Johnsen I., Sikkeland T., Skavlem S. Boundary layer flow near a cylindrical obstacle in an oscillating, incompressible fluid // J. Acoust. Soc. Am. 1954. V. 26, No 1. P. 26–39. <https://doi.org/10.1121/1.1907285>.
39. Egorov A.G., Nuriev A.N. Steady streaming generated by low-amplitude oscillations of a cylinder // Lobachevskii J. Math. 2021. V. 42, No 9. P. 2102–2108.
40. Wang C.-Y. On high-frequency oscillatory viscous flows // J. Fluid Mech. 1968. V. 32, No 1. P. 55–68. <https://doi.org/10.1017/S0022112068000583>.
41. Stuart J. Double boundary layers in oscillatory viscous flow // J. Fluid Mech. 1966. V. 24, No 4. P. 673–687. <https://doi.org/10.1017/S0022112066000910>.
42. Riley N. Oscillatory viscous flows. Review and extension // IMA J. Appl. Math. 1967. V. 3, No 4. P. 419–434. <https://doi.org/10.1093/imamat/3.4.419>.
43. Riley N. The steady streaming induced by a vibrating cylinder // J. Fluid Mech. 1975. V. 68, No 4. P. 801–812. <https://doi.org/10.1017/S0022112075001243>.
44. Haddon E.W., Riley N. The steady streaming induced between oscillating circular cylinders // Q. J. Mech. Appl. Math. 1979. V. 32, No 2. P. 265–282. <https://doi.org/10.1093/qjmath/32.3.265>.

45. *Нуриев А.Н.* Течение вязкой жидкости вокруг осциллирующего цилиндра: численный эксперимент, бифуркационный и асимптотический анализ: автореф. дис.... канд. физ.-мат. наук. Казань, 2013. 174 с.
46. *Nuriev A.N., Egorov A.G.* Asymptotic investigation of hydrodynamic forces acting on an oscillating cylinder at finite streaming reynolds numbers // *Lobachevskii J. Math.* 2019. V. 40, No 6. P. 794–801. <https://doi.org/10.1134/S1995080219060180>.
47. *Tuck E.O.* Calculation of unsteady flows due to small motions of cylinders in a viscous fluid // *J. Eng. Math.* 1969. V. 3, No 1. P. 29–44. <https://doi.org/10.1007/BF01540828>.
48. *Brumley D.R., Willcox M., Sader J.E.* Oscillation of cylinders of rectangular cross section immersed in fluid // *Phys. Fluids*. 2010. V. 22, No 5. Art. 052001. <https://doi.org/10.1063/1.3397926>.
49. *Ahsan S.N., Aureli M.* Finite amplitude oscillations of flanged laminas in viscous flows: Vortex–structure interactions for hydrodynamic damping control // *J. Fluids Struct.* 2015. V. 59. P. 297–315. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2015.09.010>.
50. *Aureli M., Porfiri M.* Low frequency and large amplitude oscillations of cantilevers in viscous fluids // *Appl. Phys. Lett.* 2010. V. 96, No 16. Art. 164102. <https://doi.org/10.1063/1.3405720>.
51. *Aureli M., Porfiri M., Basaran M.E.* Nonlinear finite amplitude vibrations of sharp-edged beams in viscous fluids // *J. Sound Vib.* 2012. V. 331, No 7. P. 1624–1654. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2011.12.007>.
52. *Phan C.N., Aureli M., Porfiri M.* Finite amplitude vibrations of cantilevers of rectangular cross sections in viscous fluids // *J. Fluids Struct.* 2013. V. 40. P. 52–69. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2013.03.013>.
53. *Nuriev A.N., Zaitseva O.N., Kamalutdinov A.M., Bogdanovich E.E., Baimuratova A.R.* Asymptotic study of flows induced by oscillations of cylindrical bodies // *Fluid Dyn.* 2024. V. 159, No 2. P. 314–330. <https://doi.org/10.1134/S0015462824602110>.
54. *Kim S.K., Troesch A.W.* Streaming flows generated by high-frequency small-amplitude oscillations of arbitrarily shaped cylinders // *Phys. Fluids A*. 1989. V. 1, No 6. P. 975–985. <https://doi.org/10.1063/1.857409>.
55. *Ray M.* Vibration of an infinite elliptic cylinder in a viscous liquid // *Z. Angew. Math. Mech.* 1936. Bd. 16, H 2. S. 99–108. <https://doi.org/10.1002/zamm.19360160204>.
56. *Kanwal R.P.* Vibrations of an elliptic cylinder and a flat plate in a viscous fluid // *Z. Angew. Math. Mech.* 1955. Bd. 35, H. 1–2. S. 17–22. <https://doi.org/10.1002/zamm.19550350104>.
57. *Davidson B.J., Riley N.* Jets induced by oscillatory motion // *J. Fluid Mech.* 1972. V. 53, No 2. P. 287–303. <https://doi.org/10.1017/S0022112072000163>.
58. *Nuriev A.N., Egorov A.G., Kamalutdinov A.M.* Hydrodynamic forces acting on the elliptic cylinder performing high-frequency low-amplitude multi-harmonic oscillations in a viscous fluid // *J. Fluid Mech.* 2021. V. 913. Art. A40. <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.1180>.
59. *Tamada K., Miyagi T.* Secondary flow around an oscillating cylinder // *J. Phys. Soc. Jpn.* 1974. V. 37, No 1. P. 249–253. <https://doi.org/10.1143/JPSJ.37.249>.

60. *Nama N., Huang P.-H., Huang T.J., Costanzo F.* Investigation of micromixing by acoustically oscillated sharp-edges // *Biomicrofluidics*. 2016. V. 10, No 2. Art. 024124. <https://doi.org/10.1063/1.4946875>.
61. *Lei J., Cheng F., Li K.* Numerical simulation of boundary-driven acoustic streaming in microfluidic channels with circular cross-sections // *Micromachines*. 2020. V. 11, No 3. Art. 240. <https://doi.org/10.3390/mi11030240>.
62. *Keulegan G.H., Carpenter L.H.* Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid // *J. Res. Natl. Bur. Stand.* 1958. V. 60, No 5. Art. 2857. P. 423–440. <https://doi.org/10.6028/jres.060.043>.
63. *Bearman P.W., Graham J.M.R., Singh S.* Forces on cylinders in harmonically oscillating flow // *Mechanics of Wave-induced Forces on Cylinders* / Ed. by T.L. Shaw. Water Resources Engineering Ser. Pitman Publ., 1979. P. 437–449.
64. *Singh S.* Forces on bodies in oscillatory flow. PhD Thesis. London: Imp. Coll., Univ. of London, 1979. 367 p.
65. *Bearman P.W., Downie M.J., Graham J.M.R., Obasaju E.D.* Forces on cylinders in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers // *J. Fluid Mech.* 1985. V. 154, No 1. P. 337–356. <https://doi.org/10.1017/S0022112085001562>.
66. *Bearman P.W.* An investigation of the forces on flat plates normal to a turbulent flow // *J. Fluid Mech.* 1971. V. 46, No 1. P. 177–198. <https://doi.org/10.1017/S0022112071000478>.
67. *Bearman P.W., Obasaju E.D.* An experimental study of pressure fluctuations on fixed and oscillating square-section cylinders // *J. Fluid Mech.* 1982. V. 119. P. 297–321. <https://doi.org/10.1017/S0022112082001360>.
68. *Morison J.R., Johnson J.W., Schaaf S.A.* The force exerted by surface waves on piles // *J. Pet. Technol.* 1950. V. 2, No 05. Art. SPE-950149-G. P. 149–154. <https://doi.org/10.2118/950149-g>.
69. *Lighthill J.* Fundamentals concerning wave loading on offshore structures // *J. Fluid Mech.* 1986. V. 173. P. 667–681. <https://doi.org/10.1017/S0022112086001313>.
70. *Chaplin J.R.* History forces and the unsteady wake of a cylinder // *J. Fluid Mech.* 1999. V. 393. P. 99–121. <https://doi.org/10.1017/S0022112099005480>.
71. *Tatsuno M.* Circulatory streaming around an oscillating circular cylinder at low Reynolds numbers // *J. Phys. Soc. Jpn.* 1973. V. 35, No 3. P. 915–920. <https://doi.org/10.1143/JPSJ.35.915>.
72. *Tatsuno M.* Circulatory streaming in the vicinity of an oscillating square cylinder // *J. Phys. Soc. Jpn.* 1974. V. 36, No 4. P. 1185–1191. <https://doi.org/10.1143/JPSJ.36.1185>.
73. *Tatsuno M.* Circulatory streaming in the vicinity of an oscillating triangular cylinder // *J. Phys. Soc. Jpn.* 1975. V. 38, No 1. P. 257–264. <https://doi.org/10.1143/JPSJ.38.257>.
74. *Tatsuno M. and Bearman P.W.* A visual study of the flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan–Carpenter numbers and low Stokes numbers // *J. Fluid Mech.* 1990. V. 211. P. 157–182. <https://doi.org/10.1017/S0022112090001537>.
75. *Honji H.* Streaked flow around an oscillating circular cylinder // *J. Fluid Mech.* 1981. V. 107. P. 509–520. <https://doi.org/10.1017/S0022112081001894>.

76. *Sarpkaya T.* Force on a circular cylinder in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers // J. Fluid Mech. 1986. V. 165. P. 61–71. <https://doi.org/10.1017/S0022112086002999>.
77. *Sarpkaya T.* Experiments on the stability of sinusoidal flow over a circular cylinder // J. Fluid Mech. 2002. V. 457. P. 157–180. <https://doi.org/10.1017/S002211200200784X>.
78. *Sarpkaya T.* Structures of separation on a circular cylinder in periodic flow // J. Fluid Mech. 2006. V. 567. P. 281–297. <https://doi.org/10.1017/s0022112006002278>.
79. *Hall P.* On the stability of unsteady boundary layer on a cylinder oscillating transversely in a viscous fluid // J. Fluid Mech. 1984. V. 146. P. 347–367. <https://doi.org/10.1017/S0022112084001907>.
80. *Нуриев А.Н., Егоров А.Г., Зайцева О.Н.* Численный анализ вторичных течений вокруг осциллирующего цилиндра // ПМТФ. 2018. Т. 59, № 3. С. 77–87. <https://doi.org/10.15372/PMTF20180308>.
81. *Justesen P.* A numerical study of oscillating flow around a circular cylinder // J. Fluid Mech. 1991. V. 222. P. 157–196. <https://doi.org/10.1017/S0022112091001040>.
82. *Dutsch H., Durst F., Becker S., Lienhart H.* Low-Reynolds-number flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan–Carpenter numbers // J. Fluid Mech. 1998. V. 360. P. 249–271. <https://doi.org/10.1017/S002211209800860X>.
83. *Iliadis G., Anagnostopoulos P.* Viscous oscillatory flow around a circular cylinder at low Keulegan–Carpenter numbers and frequency parameters // Int. J. Numer. Methods Fluids. 1998. V. 26, No 4. P. 403–442. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0363\(19980228\)26:4<403::AID-FLD640>3.0.CO;2-V](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0363(19980228)26:4<403::AID-FLD640>3.0.CO;2-V).
84. *Uzunoglu B., Tan M., Price W.G.* Low-Reynolds-number flow around an oscillating circular cylinder using a cell viscousboundary element method // Int. J. Numer. Methods Eng. 2001. V. 50, No 10. P. 2317–2338. <https://doi.org/10.1002/nme.122>.
85. *Anagnostopoulos P., Minearb R.* Blockage effect of oscillatory flow past a fixed cylinder // Appl. Ocean Res. 2004. V. 26, Nos 3–4. P. 147–153. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2004.11.001>.
86. *Nehari D., Armeni V., Balli F.* Three-dimensional analysis of the unidirectional oscillatory flow around a circular cylinder at low Keulegan–Carpenter and β numbers // J. Fluid Mech. 2004. V. 520. P. 157–186. <https://doi.org/10.1017/S002211200400134X>.
87. *Elston J.R., Blackburn H.M., Sheridan J.* The primary and secondary instabilities of flow generated by an oscillating circular cylinder // J. Fluid Mech. 2006. V. 550. P. 359–389. <https://doi.org/10.1017/S0022112005008372>.
88. *An H.* Numerical modelling of flow characteristics and hydrodynamic forces on a cylinder subject to oscillatory flow. PhD Thesis. Perth, Univ. of West. Aust., 2009.
89. *An H., Cheng L., Zhao M.* Steady streaming around a circular cylinder in an oscillatory flow // Ocean Eng. 2009. V. 36, No 14. P. 1089–1097. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2009.06.010>.
90. *Rashid F., Vartdal M., Grue J.* Oscillating cylinder in viscous fluid: Calculation of flow patterns and forces // J. Eng. Math. 2011. V. 70, No 1. P. 281–295. <https://doi.org/10.1007/s10665-010-9395-7>.

91. *Suthon P., Dalton C.* Streakline visualization of the structures in the near wake of a circular cylinder in sinusoidally oscillating flow // *J. Fluids Struct.* 2011. V. 27, No 7. P. 885–902. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2011.03.003>.
92. *Suthon P., Dalton C.* Observations on the Honji instability // *J. Fluids Struct.* 2012. V. 32. P. 27–36. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2011.12.008>.
93. *Малахова Т.В.* Нестационарная гидродинамика и теплообмен колеблющихся тел: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, 2012. 150 с.
94. *Ren C., Lu L., Cheng L., Chen T.* Hydrodynamic damping of an oscillating cylinder at small Keulegan–Carpenter numbers // *J. Fluid Mech.* 2021. V. 913. Art. A36. <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.1159>.
95. *Egorov A.G., Kamalutdinov A.M., Nuriev A.N.* Evaluation of aerodynamic forces acting on oscillating cantilever beams based on the study of the damped flexural vibration of aluminium test samples // *J. Sound Vib.* 2018. V. 421. P. 334–347. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.02.006>.
96. *Facci A.L., Porfiri M.* Nonlinear hydrodynamic damping of sharp-edged cantilevers in viscous fluids undergoing multi-harmonic base excitation // *J. Appl. Phys.* 2012. V. 112, No 12. Art. 124908. <https://doi.org/10.1063/1.4769307>.
97. *Graham J.M.R.* The forces on sharp-edged cylinders in oscillatory flow at low Keulegan–Carpenter numbers // *J. Fluid Mech.* 1980. V. 97, No 2. P. 331–346. <https://doi.org/10.1017/s0022112080002595>.
98. *Tafuni A., Sahin I.* Non-linear hydrodynamics of thin laminae undergoing large harmonic oscillations in a viscous fluid // *J. Fluids Struct.* 2015. V. 52. P. 101–117. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2014.10.004>.
99. *De Rosis A., Lévêque E.* Harmonic oscillations of a thin lamina in a quiescent viscous fluid: A numerical investigation within the framework of the lattice Boltzmann method // *Comput. Struct.* 2015. V. 157. P. 209–217. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2015.05.034>.
100. *Nuriev A.N., Kamalutdinov, A.M., Egorov A.G.* A numerical investigation of fluid flows induced by the oscillations of thin plates and evaluation of the associated hydrodynamic forces // *J. Fluid Mech.* 2019. V. 874. P. 1057–1095. <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.477>.
101. *Shrestha B., Ahsan S., Aureli M.* Experimental study of oscillating plates in viscous fluids: Qualitative and quantitative analysis of the flow physics and hydrodynamic forces // *Phys. Fluids.* 2018. V. 30, No 1. Art. 013102. <https://doi.org/10.1063/1.5001330>.
102. *Камалутдинов А.М.* Теоретико-экспериментальное исследование аэродинамических свойств колеблющейся пластины: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. Казань, 2017. 142 с.
103. *Нуриев А.Н., Камалутдинов А.М.* Идентификация характеристик силового аэродинамического воздействия на колеблющиеся консольно-закрепленные балки // *Изв. РАН. МЖГ.* 2022. № 5. С. 62–79. <https://doi.org/10.31857/S0568528122050103>.
104. *Facci A.L., Porfiri M.* Analysis of three-dimensional effects in oscillating cantilevers immersed in viscous fluids // *J. Fluids Struct.* 2013. V. 38. P. 205–222. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2012.11.006>.

-
105. *Agarwal A., Nolan K., Stafford J., Jeffers N.* Visualization of three-dimensional structures shed by an oscillating beam // *J. Fluids Struct.* 2017. V. 70. P. 450–463. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2017.02.013>.
 106. *Peterson S.D., Porfiri M., Rovardi A.* A Particle Image Velocimetry Study of Vibrating Ionic Polymer Metal Composites in Aqueous Environments // *IEEE/ASME Trans. Mechatron.* 2009. V. 14, No 4. P. 474–483. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2009.2020979>.
 107. *Nuriev A.N., Kamalutdinov A.M., Zaitseva O.N.* Hydrodynamics around long vibrating beams // *J. Fluids Struct.* 2021. V. 101. Art. 103203. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2020.103203>.
 108. *Prandtl L.* Über die Entstehung von Wirbeln in der idealen Flüssigkeit, mit Anwendung auf die Tragflügeltheorie und andere Aufgaben // *Vorträge aus dem Gebiet der Hydro- und Aerodynamik (Innsbruck 1922)* / Hrsg. von Th. v. Kármán, T. Levi-Civita. Berlin, Heidelberg: Springer, 1924, S. 18–33. https://doi.org/10.1007/978-3-662-00280-3_2.
 109. *Birnbaum W.* Der Schlagflügelpropeller und die Kleinen Schwingungen elastisch befestigter Tragflügel // *Z. Flugtech. Motorluftschiffahrt.* 1924. Bd. 15. S. 128–134.
 110. *Theodorsen T.* General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. NACA Technical Report No NACA R-496. Washington, DC: Natl. Advis. Comm. Aeronaut., 1935. P. 291–311.
 111. *Garrick I. E.* Propulsion of a flapping and oscillating airfoil. NACA Technical Report No NACA-TR-567. Washington, DC: Natl. Advis. Comm. Aeronaut., 1936. P. 1–10.
 112. *Wagner H.* Über die Entstehung des dynamischen Auftriebes von Tragflügeln // *Z. Angew. Math. Mech.* 1925. Bd. 15, H. 1. S. 17–35. <https://doi.org/10.1002/zamm.19250050103>.
 113. *Glauert H.* The force and moment on an oscillating aerofoil // *Vorträge aus dem Gebiete der Aerodynamik und verwandter Gebiete (Aachen 1929)* / Hrsg. von A. Gilles, L. Hopf, Th. v. Kármán. Berlin, Heidelberg: Springer, 1930. S. 88–95. https://doi.org/10.1007/978-3-662-33791-2_16.
 114. *Küssner H.G.* Zusammenfassender Bericht über den instationären Auftrieb von Flügeln // *Luftfahrtforschung.* 1936. Bd. 13, H. 12. S. 410–424.
 115. *Küssner H.G., Schwartz I.R.* The oscillating wing with aerodynamically balanced elevator. NACA Technical Report No NACA-TM-991. Washington, DC: Natl. Advis. Comm. Aeronaut., 1941. P. 1–32.
 116. *Келдыш М.В., Лаврентьев М.А.* К теории колеблющегося крыла // *Техн. заметки ЦАГИ.* 1935. № 45. С. 48–52.
 117. *Седов Л.И.* Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. 443 с.
 118. *Некрасов А.И.* Теория крыла в нестационарном потоке. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1947. 258 с.
 119. *Aerodynamic Theory: A General Review of Progress under a Grant of the Guggenheim Fund for the Promotion of Aeronautics* / Ed. by W.F. Durand. Vol. II: von Kármán Th., Burgers J.M. General aerodynamic theory: Perfect fluids. Berlin, Heidelberg: Springer, 1935. xvi, 368 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-91485-0>.
 120. *Голубев В.В.* Лекции по теории крыла. М.-Л.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1949. 480 с.

121. Голубев В.В. Исследования по теории машущего крыла. М.-Л.: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1957.
122. Рождественский К.В. Метод сращиваемых асимптотических разложений в гидродинамике крыла. Л.: Судостроение, 1979. 208 с.
123. Рождественский К.В., Рыжов В.А. Математические модели в теории машущего крыла. Л.: Ленингр. кораблестроит. ин-т, 1985. 177 с.
124. Горелов Д.Н. Методы решения плоских краевых задач теории крыла. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 214 с.
125. Żbikowski R. On aerodynamic modelling of an insect-like flapping wing in hover for micro air vehicles // Philos. Trans. R. Soc., A. 2002. V. 360, No 1791. P. 273–290.
<http://doi.org/10.1098/rsta.2001.0930>.
126. Azuma A., Okamoto M. Theoretical study on two-dimensional aerodynamic characteristics of unsteady wings // J. Theor. Biol. 2005. V. 234, No 1. P. 67–78.
<https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2004.11.016>.
127. Mateescu D., Abdo M. Theoretical solutions for unsteady flows past oscillating flexible airfoils using velocity singularities // J. Aircr. 2003. V. 40, No 1. P. 153–163.
<https://doi.org/10.2514/2.3070>.
128. Glegg S.A.L., Devenport W.J. Unsteady loading on an airfoil of arbitrary thickness // J. Sound Vib. 2009. V. 319, Nos 3–5. P. 1252–1270. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.06.053>.
129. Dynnikova G.Ya., Dynnikov Ya.A., Guvernyuk S.V., Malakhova T.V. Stability of a reverse Karman vortex street // Phys. Fluids. 2021. V. 33, No 2. Art. 024102.
<https://doi.org/10.1063/5.0035575>.
130. Рыжов В.А. Гидродинамика пропульсивных и энергосберегающих систем с колеблющимися крыльевыми элементами: автореф. дис.... д-ра техн. наук. Санкт-Петербург, 1997.
131. Peters D., Hsieh M.A., Torrero A. A state-space airloads theory for flexible airfoils // J. Am. Helicopter Soc. 2007. V. 52. P. 329–342. <https://doi.org/10.4050/JAHS.52.329>.
132. Peters D.A. Two-dimensional incompressible unsteady airfoil theory — an overview // J. Fluids Struct. 2008. V. 24, No 3. P. 295–312. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2007.09.001>.
133. Siekmann J. Theoretical studies of sea animal locomotion, Part 1 // Ing.-Arch. 1962. V. 31, No 3. P. 214–227.
134. Wu T.Y.-T. Swimming of a waving plate // J. Fluid Mech. 1961. V. 10, No 3. P. 321–344. <https://doi.org/10.1017/S0022112061000949>.
135. Schwarz L. Berechnung der Druckverteilung einer harmonisch sich verformenden Tragfläche in ebener Strömung // Luftfahrtforschung. 1940. Bd. 17. S. 379–386.
136. Kelly H.R., Rentz A.W., Siekmann J. Experimental studies on the motion of a flexible hydrofoil // J. Fluid Mech. 1964. V. 19, No 1. P. 30–48.
<https://doi.org/10.1017/S0022112064000520>.
137. Uldrick J.P., Siekmann J. On the swimming of a flexible plate of arbitrary finite thickness // J. Fluid Mech. 1964. V. 20, No 1. P. 1–33. <https://doi.org/10.1017/S0022112064000994>.

-
138. *Reece J.W., Uldrick J.P., Siekmann J.* Some recent developments in sea animal locomotion hydrodynamics // *Developments in Theoretical and Applied Mechanics: Proc. 2nd Southeast. Conf. on Theoretical and Applied Mechanics. Atlanta, Georgia, March 5–6, 1964. Oxford, London, New York, NY: Pergamon Press, 1965. P. 337–349.*
139. *Uldrick J.P.* On the propulsion efficiency of swimming flexible hydrofoils of finite thickness // *J. Fluid Mech.* 1968. V. 32, No 1. P. 29–53. <https://doi.org/10.1017/S0022112068000571>.
140. *Коренная Л.И.* Механизм образования сопротивления трения при волнообразных деформациях тела. В кн.: «Гидродинамические вопросы бионики». Киев: Наук. думка, 1983. С. 71–81.
141. *Коренная Л.И.* Составляющие вязкостного сопротивления волнообразно деформирующегося тела // *Бионика.* 1987. Т. 21. С. 53–58.
142. *Lighthill M.J.* Note on the swimming of slender fish // *J. Fluid Mech.* 1960. V. 9, No 2. P. 305–317. <https://doi.org/10.1017/S0022112060001110>.
143. *Lighthill M.J.* Hydromechanics of aquatic animal propulsion // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1969. V. 1, No 1. P. 413–446. <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.01.010169.002213>.
144. *Lighthill M.J.* Aquatic animal propulsion of high hydromechanical efficiency // *J. Fluid Mech.* 1970. V. 44, No 2. P. 265–301. <https://doi.org/10.1017/S0022112070001830>.
145. *Lighthill M.J.* Large-amplitude elongated-body theory of fish locomotion // *Proc. R. Soc. London, Ser. B.* 1971. V. 179, No 1055. P. 125–138. <https://doi.org/10.1098/rspb.1971.0085>.
146. *Wu T.Y.-T.* Hydromechanics of swimming propulsion. Part 1. Swimming of a two-dimensional flexible plate at variable forward speeds in an inviscid fluid // *J. Fluid Mech.* 1971. V. 46, No 2. P. 337–355. <https://doi.org/10.1017/S0022112071000570>.
147. *Wu T.Y.-T.* Hydromechanics of swimming propulsion. Part 2. Some optimum shape problems // *J. Fluid Mech.* 1971. V. 46, No 3. P. 521–544. <https://doi.org/10.1017/S0022112071000685>.
148. *Wu T.Y.-T.* Hydromechanics of swimming propulsion. Part 3. Swimming and optimum movements of slender fish with side fins // *J. Fluid Mech.* 1971. V. 46, No 3. P. 545–568. <https://doi.org/10.1017/S0022112071000697>.
149. *Newman J.N., Wu T.Y.* A generalized slender-body theory for fish-like forms // *J. Fluid Mech.* 1973. V. 57, No 4. P. 673–693. <https://doi.org/10.1017/S0022112073001953>.
150. *Newman J.N., Wu T.Y.* Hydromechanical aspects of fish swimming // *Swimming and Flying in Nature* / Ed. by T.Y.-T. Wu, C.J. Brokaw, C. Brennen. Boston, MA: Springer, 1975. P. 615–634. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-1326-8_10.
151. *Chopra M.G.* Hydromechanics of lunate-tail swimming propulsion // *J. Fluid Mech.* 1974. V. 64, No 2. P. 375–392. <https://doi.org/10.1017/S002211207400245X>.
152. *Chopra M.G.* Large amplitude lunate-tail theory of fish locomotion // *J. Fluid Mech.* 1976. V. 74, No 1. P. 161–182. <https://doi.org/10.1017/S0022112076001742>.
153. *Chopra M.G., Kambe T.* Hydromechanics of lunate-tail swimming propulsion. Part 2 // *J. Fluid Mech.* 1977. V. 79, No 1. P. 49–69. <https://doi.org/10.1017/S0022112077000032>.

154. Лаврентьев М.А., Лаврентьев М.М. Об одном принципе создания тяговой силы движения // ПМТФ. 1962. Т. 4. С. 3–9.
155. Логвинович Г.В. Гидродинамика течений со свободными границами. Киев: Наук. думка, 1969. 208 с.
156. Логвинович Г.В. Гидродинамика тонкого гибкого тела (оценка гидродинамики рыб) // Бионика. 1970. Т. 4. С. 5–11.
157. Логвинович Г.В. Гидродинамика плавания рыб // Бионика. 1973. Т. 7. С. 3–8.
158. Романенко Е.В. Теория плавания рыб и дельфинов. М.: Наука, 1986. 148 с.
159. Романенко Е.В. Гидродинамика рыб и дельфинов. М.: КМК, 2001. 411 с.
160. Candelier F., Boyer F., Leroyer A. Three-dimensional extension of Lighthill's large-amplitude elongated-body theory of fish locomotion // J. Fluid Mech. 2011. V. 674. P. 196–226. <https://doi.org/10.1017/S002211201000649X>.
161. Candelier F., Porez M., Boyer F. Note on the swimming of an elongated body in a non-uniform flow // J. Fluid Mech. 2013. V. 716. P. 616–637. <https://doi.org/10.1017/jfm.2012.560>.
162. Eloy C., Souilliez C., Schouveiler L. Flutter of a rectangular plate // J. Fluids Struct. 2007. V. 23, No 6. P. 904–919. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2007.02.002>.
163. Yu Zh., Eloy Ch. Extension of Lighthill's slender-body theory to moderate aspect ratios // J. Fluids Struct. 2018. V. 76. P. 84–94. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2017.09.010>.
164. Michelin S., Doaré O. Energy harvesting efficiency of piezoelectric flags in axial flows // J. Fluid Mech. 2013. V. 714. P. 489–504. <https://doi.org/10.1017/jfm.2012.494>.
165. Горелов Д.Н. Пропульсивные характеристики машущего крыла с упруго закрепленным элементом // Бионика. 1991. Т. 24. С. 18–24.
166. Грунтфест Р.А., Дерезина Н.П. Колебания упругой ласты в потоке жидкости // Бионика. 1981. Т. 15. С. 29–39.
167. Грунтфест Р.А., Дерезина Н.П. Колебание ласты произвольной формы в плане в потоке жидкости // Бионика. 1984. Т. 18. С. 45–52.
168. Шклярчук Ф.Н. Аэроупругость самолета: учеб. пособие. М.: МАИ, 1985. 77 с.
169. Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. Неустановившиеся колебания деформируемого профиля крыла в несжимаемом потоке // Изв. вузов. Авиацион. техн. 2009. Т. 2. С. 3–7.
170. Курапов А.А., Рождественский К.В., Рыжов В.А. Гидродинамика упругого крыла. Оптимальные характеристики // Тр. V Всесоюз. шк. «Гидродинамика высоких скоростей». Чебоксары, 1994. С. 32–41.
171. Rozhdestvensky K.V., Ryzhov V.A. Aerohydrodynamics of flapping-wing propulsors // Prog. Aerosp. Sci. 2003. V. 39, No 8. P. 585–633. [https://doi.org/10.1016/S0376-0421\(03\)00077-0](https://doi.org/10.1016/S0376-0421(03)00077-0).
172. Katz J., Weihs D. Hydrodynamic propulsion by large amplitude oscillation of an airfoil with chordwise flexibility // J. Fluid Mech. 1978. V. 88, No 3. P. 485–497. <https://doi.org/10.1017/S0022112078002220>.

-
173. Карпузов Е.И. Оптимизация пропульсивных систем с крыльевыми элементами: автореф. дис.... д-ра физ.-мат. наук. Санкт-Петербург, 2000. 313 с.
174. Sumbatyan M.A., Tarasov A.E. A mathematical model for the propulsive thrust of the thin elastic wing harmonically oscillating in a flow of non-viscous incompressible fluid // Mech. Res. Commun. 2015. V. 68. P. 83–88. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2015.02.005>.
175. Тарасов А.Е. Аэрогидродинамический анализ упругих элементов движущего типа методом интегральных уравнений: автореф. дис.... канд. физ.-мат. наук. Ростов-на-Дону, 2015. 139 с.
176. Berci M., Toropov V., Hewson R., Gaskell P. Aeroelastic Analysis and Gust Response of a Flexible Airfoil // Proc. 51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conf. Orlando, FL, 2010. Art. AIAA 2010-3119. <https://doi.org/10.2514/6.2010-3119>.
177. Küssner, H.G. Allgemeine Tragflächentheorie // Luftfahrtforschung. 1940. Bd. 17. S. 370–378.
178. Храбров А.Н. Математическое моделирование влияния схода вихрей на нестационарные аэродинамические характеристики профиля при его произвольном движении // Учен. записки ЦАГИ. 2002. Т. 33, № 3–4. С. 3–17.
179. Liu H., Ellington C.P., Kawachi K., van den Berg C., Willmott A.P. A computational fluid dynamic study of hawkmoth hovering // J. Exp. Biol. 1998. V. 201, No 4. P. 461–477. <https://doi.org/10.1242/jeb.201.4.461>.
180. Isogai K., Shinmoto Y., Watanabe Y. Effects of dynamic stall on propulsive efficiency and thrust of flapping airfoil // AIAA J. 1999. V. 37, No 10. P. 1145–1151. <https://doi.org/10.2514/2.589>.
181. Pedro G., Suleman A., Djilali N. A numerical study of the propulsive efficiency of a flapping hydrofoil // Int. J. Numer. Methods Fluids. 2003. V. 42, No 5. P. 493–526. <https://doi.org/10.1002/fld.525>.
182. Lewin G.C., Haj-Hariri H. Modelling thrust generation of a two-dimensional heaving airfoil in a viscous flow // J. Fluid Mech. 2003. V. 492. P. 339–362. <https://doi.org/10.1017/S0022112003005743>.
183. Alben S., Shelley M. Coherent locomotion as an attracting state for a free flapping body // Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. 2005. V. 102, No 32. P. 11163–11166. <https://doi.org/10.1073/pnas.0505064102>.
184. Zhang J., Liu N.-S., Lu X.-Y. Locomotion of a passively flapping flat plate // J. Fluid Mech. 2010. V. 659. P. 43–68. <https://doi.org/10.1017/S0022112010002387>.
185. Spagnolie S.E., Moret L., Shelley M.J., Zhang J. Surprising behaviors in flapping locomotion with passive pitching // Phys. Fluids. 2010. V. 22, No 4. Art. 041903. <https://doi.org/10.1063/1.3383215>.
186. Maertens A.P., Triantafyllou M.S., Yue D.K.P. Efficiency of fish propulsion // Bioinspiration Biomimetics. 2015. V. 10, No 4. Art. 046013. <https://doi.org/10.1088/1748-3190/10/4/046013>.
187. Lua K.B., Dash S.M., Lim T.T., Yeo K.S. On the thrust performance of a flapping two-dimensional elliptic airfoil in a forward flight // J. Fluids Struct. 2016. V. 66. P. 91–109. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2016.07.012>.

188. Коваль К.А., Сухоруков А.Л., Чернышев И.А. Результаты верификации численного метода расчета гидродинамических и гидроакустических характеристик плавникового движителя // Фундамент. и прикл. гидрофиз. 2016. Т. 9, № 4. С. 60–72.
189. Дынников Я.А. К расчету машущего гибкого профиля в потоке вязкой несжимаемой жидкости // Изв. вузов. Машиностроение. 2016. № 4. С. 22–30.
<https://doi.org/10.18698/0536-1044-2016-4-22-30>.
190. Taha H.E. Geometric nonlinear control of the lift dynamics of a pitching-plunging wing // Proc. AIAA Scitech 2020 Forum. Orlando, FL: AIAA, 2020. <https://doi.org/10.2514/6.2020-0824>.
191. Alben S. Collective locomotion of two-dimensional lattices of flapping plates. Part 1. Numerical method, single-plate case and lattice input power // J. Fluid Mech. 2021. V. 915. Art. A20. <https://doi.org/10.1017/jfm.2021.6>.
192. Alben S. Collective locomotion of two-dimensional lattices of flapping plates. Part 2. Lattice flows and propulsive efficiency // J. Fluid Mech. 2021. V. 915. Art. A21. <https://doi.org/10.1017/jfm.2021.43>.
193. Borazjani I., Sotiropoulos F. On the role of form and kinematics on the hydrodynamics of self-propelled body/caudal fin swimming // J. Exp. Biol. 2010. V. 213, No 1. P. 89–107. <https://doi.org/10.1242/jeb.030932>.
194. Yeh P.D., Alexeev A. Effect of aspect ratio in free-swimming plunging flexible plates // Comput. Fluids. 2016. V. 124. P. 220–225. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2015.07.009>.
195. Maertens A.P., Gao A., Triantafyllou M.S. Optimal undulatory swimming for a single fish-like body and for a pair of interacting swimmers // J. Fluid Mech. 2017. V. 813. P. 301–345. <https://doi.org/10.1017/jfm.2016.845>.
196. Zhang D., Huang W.-X. Hydrodynamics of a swimming batoid fish at Reynolds numbers up to 148 000 // J. Fluid Mech. 2023. V. 963. Art. A16. <https://doi.org/10.1017/jfm.2023.325>.
197. Wu X., Zhang X., Tian X., Li X., Lu W. A review on fluid dynamics of flapping foils // Ocean Eng. 2020. V. 195. Art. 106712. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.106712>.
198. Riley N., Watson E.J. Eccentric oscillations of a circular cylinder in a viscous fluid // Mathematika. 1993. V. 40, No 2. P. 187–202. <https://doi.org/10.1112/S0025579300006975>.
199. Nuriev A.N., Egorov A.G. Asymptotic theory of a flapping wing of a circular cross-section // J. Fluid Mech. 2022. V. 941. Art. A23. <https://doi.org/10.1017/jfm.2022.287>.
200. Егоров А.Г., Нуриев А.Н. Крейсерская скорость цилиндрического крыла при малых поступательно-вращательных колебаниях // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2022. Т. 164, № 2–3. С. 170–180. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2022.2-3.170-180>.

References

1. Sader J.E. Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope. *J. Appl. Phys.*, 1998, vol. 84, no. 1, pp. 64–76. <https://doi.org/10.1063/1.368002>.
2. Scherer M.P., Frank G., Gummer A.W. Experimental determination of the mechanical impedance of atomic force microscopy cantilevers in fluids up to 70 kHz. *J. Appl. Phys.*, 2000, vol. 88, no. 5, pp. 2912–2920. <https://doi.org/10.1063/1.1287522>.

3. Aureli M., Prince Ch., Porfiri M., Peterson S.D. Energy harvesting from base excitation of ionic polymer metal composites in fluid environments. *Smart Mater. Struct.*, 2010, vol. 19, no. 1, art. 015003. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/19/1/015003>.
4. Erturk A., Inman D.J. *Piezoelectric Energy Harvesting*. Chichester, John Wiley & Sons, 2011. 416 p. <https://doi.org/10.1002/9781119991151>.
5. Yu Y.-H., Tom N., Jenne D. Numerical analysis on hydraulic power take-off for wave energy converter and power smoothing methods. *Proc. ASME 2018 37th Int. Conf. on Ocean, Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. Vol. 10: Ocean renewable energy. Art. OMAE2018-78176, V010T09A043. Madrid, ASME, 2018. <https://doi.org/10.1115/OMAE2018-78176>.
6. Martin P.A., Farina L. Radiation of water waves by a heaving submerged horizontal disc. *J. Fluid Mech.*, 1997, vol. 337, pp. 365–379. <https://doi.org/10.1017/S0022112097004989>.
7. Bidkar R.A., Kimber M., Raman A., Bajaj A.K., Garimella S.V. Nonlinear aerodynamic damping of sharp-edged flexible beams oscillating at low Keulegan–Carpenter numbers. *J. Fluid Mech.*, 2009, vol. 634, pp. 269–289. <https://doi.org/10.1017/s0022112009007228>.
8. Ebrahimi N.D., Eldredge J.D., Ju Y.S. Wake vortex regimes of a pitching cantilever plate in quiescent air and their correlation with mean flow generation. *J. Fluids Struct.*, 2019, vol. 84, pp. 408–420. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2018.11.010>.
9. Oh M.H., Seo J., Kim Y.-H., Choi M. Endwall effects on 3D flow around a piezoelectric fan. *Eur. J. Mech. – B/Fluids*, 2019, vol. 75, pp. 339–351. <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2018.10.021>.
10. Kozlov V.V., Onishchenko D.A. The motion in a perfect fluid of a body containing a moving point mass. *J. Appl. Math. Mech.*, 2003, vol. 67, no. 4, pp. 553–564. [https://doi.org/10.1016/S0021-8928\(03\)90058-X](https://doi.org/10.1016/S0021-8928(03)90058-X).
11. Chernous'ko F.L. The optimal periodic motions of a two-mass system in a resistant medium. *J. Appl. Math. Mech.*, 2008, vol. 72, no. 2, pp. 116–125. <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2008.04.014>.
12. Yegorov A.G., Zakharova O.S. The energy-optimal motion of a vibration-driven robot in a resistive medium. *J. Appl. Math. Mech.*, 2010, vol. 74, no. 4, pp. 443–451. <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2010.09.010>.
13. Nuriev A.N., Egorov A.G., Zaitseva O.N., Kamalutdinov A.M. Asymptotic study of the aerohydrodynamics of a flapping cylindrical wing in the high-frequency approximation. *Lobachevskii J. Math.*, 2022, vol. 43, no. 8, pp. 2250–2256. <https://doi.org/10.1134/S1995080222110233>.
14. Bolotnik N.N., Figurina T.Yu., Chernous'ko F.L. Optimal control of the rectilinear motion of a two-body system in a resistive medium. *J. Appl. Math. Mech.*, 2012, vol. 76, no. 1, pp. 1–14. <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2012.03.001>.
15. Childress S., Spagnolie S.E., Tokieda T. A bug on a raft: Recoil locomotion in a viscous fluid. *J. Fluid Mech.*, 2011, vol. 669, pp. 527–556. <https://doi.org/10.1017/S002211201000515X>.
16. Borisov A.V., Mamaev I.S., Vetchanin E.V. Self-propulsion of a smooth body in a viscous fluid under periodic oscillations of a rotor and circulation. *Regular Chaotic Dyn.*, 2018, vol. 23, nos. 7–8, pp. 850–874. <https://doi.org/10.1134/S1560354718070043>.

17. Kopman V., Porfiri M. Design, modeling, and characterization of a miniature robotic fish for research and education in biomimetics and bioinspiration. *IEEE/ASME Trans. Mechatron.*, 2013, vol. 18, no. 2, pp. 471–483. <https://doi.org/10.1109/tmech.2012.2222431>.
18. Yeh P.D., Alexeev A. Free swimming of an elastic plate plunging at low Reynolds number. *Phys. Fluids*, 2014, vol. 26, no. 5, art. 053604. <https://doi.org/10.1063/1.4876231>.
19. Yeh P.D., Demirer E., Alexeev A. Turning strategies for plunging elastic plate propulsor. *Phys. Rev. Fluids*, 2019, vol. 4, art. 064101. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.4.064101>.
20. Shintake J., Cacucciolo V., Shea H., Floreano D. Soft biomimetic fish robot made of dielectric elastomer actuators. *Soft Rob.*, 2018, vol. 5, no. 4, pp. 466–474. <https://doi.org/10.1089/soro.2017.0062>.
21. Feng J., Cho S.K. Two-dimensionally steering microswimmer propelled by oscillating bubbles. *Proc. 2014 IEEE 27th Int. Conf. on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*. San Francisco, CA, 2014, pp. 188–191. <https://doi.org/10.1109/MEMSYS.2014.6765606>.
22. Dijkink R.J., van der Dennen J.P., Ohl C.D., Prosperetti A. The ‘acoustic scallop’: A bubble-powered actuator. *J. Micromech. Microeng.*, 2006, vol. 16, no 8, pp. 1653–1659. <https://doi.org/10.1088/0960-1317/16/8/029>.
23. Chen C., Zhang S.P., Mao Z., Nama N., Gu Y., Huang P.-H., Jing Y., Guo X., Costanzo F., Huang T.J. Three-dimensional numerical simulation and experimental investigation of boundary-driven streaming in surface acoustic wave microfluidics. *Lab Chip*, 2018, vol. 18, no. 23, pp. 3645–3654. <https://doi.org/10.1039/C8LC00589C>.
24. Zhu H., Zhang P., Zhong Z., Xia J., Rich J., Mai J., Su X., Tian Z., Bachman H., Rufo J., Gu Y., Kang P., Chakrabarty K., Witelski T.P., Huang T.J. Acoustohydrodynamic tweezers via spatial arrangement of streaming vortices. *Sci. Adv.*, 2021, vol. 7, no. 2, art. eabc7885. <https://doi.org/10.1126/sciadv.abc7885>.
25. Gubaidullin D.A., Zaripov R.G., Osipov P.P., Tkachenko L.A., Shaidullin L.R. Wave dynamics of gas suspensions and individual particles during resonance oscillations. *High Temp.*, 2021, vol. 59, nos. 2–6, pp. 384–404. <https://doi.org/10.1134/S0018151X21030056>.
26. Zhu L., Lim H.-C. Hydrodynamic characteristics of a separated heave plate mounted at a vertical circular cylinder. *Ocean Eng.*, 2017, vol. 131, pp. 213–223. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2017.01.007>.
27. McNamara K.P., Love J.S., Tait M.J. Nonlinear modeling of series-type pendulum tuned mass damper-tuned liquid damper. *J. Vib. Acoust.*, 2022, vol. 144, no. 4, art. 041006. <https://doi.org/10.1115/1.4053636>.
28. McNamara K.P., Tait M.J. Modeling the response of structure-tuned liquid damper systems under large amplitude excitation using smoothed particle hydrodynamics. *J. Vib. Acoust.*, 2022, vol. 144, no. 1, art. 011008. <https://doi.org/10.1115/1.4051266>.
29. Buzhinskii V.A. Fluid oscillations in cylindrical tanks with longitudinal damping partitions. *Fluid Dyn.*, 2020, vol. 55, no. 1, pp. 7–19. <https://doi.org/10.1134/S001546281906003X>.
30. Buzhinskii V.A., Petryakhin D.A., Solomonov E.V. Oscillations of plates with stiffeners in fluid. *Fluid Dyn.*, 2022, vol. 57, no. 1, pp. 37–44. <https://doi.org/10.1134/S0015462822010025>.

31. Egorov A.G., Kamalutdinov A.M., Nuriev A.N., Paimushin V.N. Theoretical-experimental method for determining the parameters of damping based on the study of damped flexural vibrations of test specimens 2. Aerodynamic component of damping. *Mech. Compos. Mater.*, 2014, vol. 50, no. 3, pp. 267–278. <https://doi.org/10.1007/s11029-014-9413-3>.
32. Egorov A.G., Kamalutdinov A.M., Nuriev A.N., Paimushin V.N. Experimental determination of damping of plate vibrations in a viscous fluid. *Dokl. Phys.*, 2017, vol. 62, no. 5, pp. 257–261. <https://doi.org/10.1134/S1028335817050068>.
33. Paimushin V.N., Firsov V.A., Shishkin V.M. Identification of the dynamic elasticity characteristics and damping properties of the OT-4 titanium alloy based on study of damping flexural vibrations of the test specimens. *J. Mach. Manuf. Reliab.*, 2019, vol. 48, no. 2, pp. 119–129. <https://doi.org/10.3103/S1052618819020110>.
34. Payam A.F., Trewby W., Voitchovsky K. Simultaneous viscosity and density measurement of small volumes of liquids using a vibrating microcantilever. *Analyst*, 2017, vol. 142, no. 9, pp. 1492–1498. <https://doi.org/10.1039/C6AN02674E>.
35. Stokes G.G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Trans. Cambridge Philos. Soc.*, 1851, vol. 9, pt. 2, pp. 8–106.
36. Schlichting H. Berechnung ebener periodischer Grenzschichtströmungen. *Phys. Zeit*, 1932, Bd. 33, S. 327–335. (In German)
37. Schlichting H. *Teoriya pogranichnogo sloya* [Boundary-Layer Theory]. Loizjanski L.G. (Ed.). Moscow, Nauka, 1974. 712 p. (In Russian)
38. Holtsmark J., Johnsen I., Sikkeland T., Skavlem S. Boundary layer flow near a cylindrical obstacle in an oscillating, incompressible fluid. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1954, vol. 26, no. 1, pp. 26–39. <https://doi.org/10.1121/1.1907285>.
39. Egorov A.G., Nuriev A.N. Steady streaming generated by low-amplitude oscillations of a cylinder. *Lobachevskii J. Math.*, 2021, vol. 42, no. 9, pp. 2102–2108. <https://doi.org/10.1134/S1995080221090067>.
40. Wang C.-Y. On high-frequency oscillatory viscous flows. *J. Fluid Mech.*, 1968, vol. 32, no. 1, pp. 55–68. <https://doi.org/10.1017/S0022112068000583>.
41. Stuart J. Double boundary layers in oscillatory viscous flow. *J. Fluid Mech.*, 1966, vol. 24, no. 4, pp. 673–687. <https://doi.org/10.1017/S0022112066000910>.
42. Riley N. Oscillatory viscous flows. Review and extension. *IMA J. Appl. Math.*, 1967, vol. 3, no. 4, pp. 419–434. <https://doi.org/10.1093/imamat/3.4.419>.
43. Riley N. The steady streaming induced by a vibrating cylinder. *J. Fluid Mech.*, 1975, vol. 68, no. 4, pp. 801–812. <https://doi.org/10.1017/S0022112075001243>.
44. Haddon E.W., Riley N. The steady streaming induced between oscillating circular cylinders. *Q. J. Mech. Appl. Math.*, 1979, vol. 32, no. 3, pp. 265–282. <https://doi.org/10.1093/qjmam/32.3.265>.
45. Nuriev A.N. Viscous flow around an oscillating cylinder: Numerical experiment, bifurcation and asymptotic analysis. *Extended Abstract of Cand. Sci. (Physics and Mathematics) Diss.* Kazan, 2013. 174 p. (In Russian)

46. Nuriev A.N., Egorov A.G. Asymptotic investigation of hydrodynamic forces acting on an oscillating cylinder at finite streaming reynolds numbers. *Lobachevskii J. Math.*, 2019, vol. 40, no 6, pp. 794–801. <https://doi.org/10.1134/S1995080219060180>.
47. Tuck E.O. Calculation of unsteady flows due to small motions of cylinders in a viscous fluid. *J. Eng. Math.*, 1969, vol. 3, no. 1, pp. 29–44. <https://doi.org/10.1007/BF01540828>.
48. Brumley D.R., Willcox M., Sader J.E. Oscillation of cylinders of rectangular cross section immersed in fluid. *Phys. Fluids*, 2010, vol. 22, no. 5, art. 052001. <https://doi.org/10.1063/1.3397926>.
49. Ahsan S.N., Aureli M. Finite amplitude oscillations of flanged laminas in viscous flows: Vortex–structure interactions for hydrodynamic damping control. *J. Fluids Struct.*, 2015, vol. 59, pp. 297–315. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2015.09.010>.
50. Aureli M., Porfiri M. Low frequency and large amplitude oscillations of cantilevers in viscous fluids. *Appl. Phys. Lett.*, 2010, vol. 96, no. 16, art. 164102. <https://doi.org/10.1063/1.3405720>.
51. Aureli M., Porfiri M., Basaran M.E. Nonlinear finite amplitude vibrations of sharp-edged beams in viscous fluids. *J. Sound Vib.*, 2012, vol. 331, no. 7, pp. 1624–1654. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2011.12.007>.
52. Phan C.N., Aureli M., Porfiri M. Finite amplitude vibrations of cantilevers of rectangular cross sections in viscous fluids. *J. Fluids Struct.*, 2013, vol. 40, pp. 52–69. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2013.03.013>.
53. Nuriev A.N., Zaitseva O.N., Kamalutdinov A.M., Bogdanovich E.E., Baimuratova A.R. Asymptotic study of flows induced by oscillations of cylindrical bodies. *Fluid Dyn.*, 2024, vol. 59, no. 2, pp. 314–330. <https://doi.org/10.1134/S0015462824602110>.
54. Kim S.K., Troesch A.W. Streaming flows generated by high-frequency small-amplitude oscillations of arbitrarily shaped cylinders. *Phys. Fluids A*, 1989, vol. 1, no. 6, pp. 975–985. <https://doi.org/10.1063/1.857409>.
55. Ray M. Vibration of an infinite elliptic cylinder in a viscous liquid. *Z. Angew. Math. Mech.*, 1936, Bd. 16, H. 2, S. 99–108. <https://doi.org/10.1002/zamm.19360160204>.
56. Kanwal R.P. Vibrations of an elliptic cylinder and a flat plate in a viscous fluid. *Z. Angew. Math. Mech.*, 1955, Bd. 35, H. 1–2, S. 17–22. <https://doi.org/10.1002/zamm.19550350104>.
57. Davidson B.J., Riley N. Jets induced by oscillatory motion. *J. Fluid Mech.*, 1972, vol. 53, no. 2, pp. 287–303. <https://doi.org/10.1017/S0022112072000163>.
58. Nuriev A.N., Egorov A.G., Kamalutdinov A.M. Hydrodynamic forces acting on the elliptic cylinder performing high-frequency low-amplitude multi-harmonic oscillations in a viscous fluid. *J. Fluid Mech.*, 2021, vol. 913, art. A40. <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.1180>.
59. Tamada K., Miyagi T. Secondary flow around an oscillating cylinder. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 1974, vol. 37, no. 1, pp. 249–253. <https://doi.org/10.1143/JPSJ.37.249>.
60. Nama N., Huang P.-H., Huang T.J., Costanzo F. Investigation of micromixing by acoustically oscillated sharp-edges. *Biomicrofluidics*, 2016, vol. 10, no. 2, art. 024124. <https://doi.org/10.1063/1.4946875>.

61. Lei J., Cheng F., Li K. Numerical simulation of boundary-driven acoustic streaming in microfluidic channels with circular cross-sections. *Micromachines*, 2020, vol. 11, no. 3, art. 240. <https://doi.org/10.3390/mi11030240>.
62. Keulegan G.H., Carpenter L.H. Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid. *J. Res. Natl. Bur. Stand.*, 1958, vol. 60, no. 5, art. 2857, pp. 423–440. <https://doi.org/10.6028/jres.060.043>.
63. Bearman P.W., Graham J.M.R., Singh S. Forces on cylinders in harmonically oscillating flow. In: Shaw T.L. (Ed.) *Mechanics of Wave-Induced Forces on Cylinders*. Water Resources Engineering Ser. Pitman Publ., 1979, pp. 437–449.
64. Singh S. Forces on bodies in oscillatory flow. *PhD Thesis*. London, Imp. Coll., Univ. of London, 1979. 367 p.
65. Bearman P.W., Downie M.J., Graham J.M.R., Obasaju E.D. Forces on cylinders in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers. *J. Fluid Mech.*, 1985, vol. 154, pp. 337–356. <https://doi.org/10.1017/S0022112085001562>.
66. Bearman P.W. An investigation of the forces on flat plates normal to a turbulent flow. *J. Fluid Mech.*, 1971, vol. 46, no. 1, pp. 177–198. <https://doi.org/10.1017/S0022112071000478>.
67. Bearman P.W., Obasaju E.D. An experimental study of pressure fluctuations on fixed and oscillating square-section cylinders. *J. Fluid Mech.*, 1982, vol. 119, pp. 297–321. <https://doi.org/10.1017/S0022112082001360>.
68. Morison J.R., Johnson J.W., Schaaf S.A. The force exerted by surface waves on piles. *J. Pet. Technol.*, 1950, vol. 2, no. 05, art. SPE-950149-G, pp. 149–154. <https://doi.org/10.2118/950149-g>.
69. Lighthill J. Fundamentals concerning wave loading on offshore structures. *J. Fluid Mech.*, 1986, vol. 173, pp. 667–681. <https://doi.org/10.1017/S0022112086001313>.
70. Chaplin J.R. History forces and the unsteady wake of a cylinder. *J. Fluid Mech.*, 1999, vol. 393, pp. 99–121. <https://doi.org/10.1017/S0022112099005480>.
71. Tatsuno M. Circulatory streaming around an oscillating circular cylinder at low Reynolds numbers. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 1973, vol. 35, no. 3, pp. 915–920. <https://doi.org/10.1143/JPSJ.35.915>.
72. Tatsuno M. Circulatory streaming in the vicinity of an oscillating square cylinder. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 1974, vol. 36, no. 4, pp. 1185–1191. <https://doi.org/10.1143/JPSJ.36.1185>.
73. Tatsuno M. Circulatory streaming in the vicinity of an oscillating triangular cylinder. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 1975, vol. 38, no. 1, pp. 257–264. <https://doi.org/10.1143/JPSJ.38.257>.
74. Tatsuno M., Bearman P.W. A visual study of the flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan-Carpenter numbers and low Stokes numbers. *J. Fluid Mech.*, 1990, vol. 211, pp. 157–182. <https://doi.org/10.1017/S0022112090001537>.
75. Honji H. Streaked flow around an oscillating circular cylinder. *J. Fluid Mech.*, 1981, vol. 107, pp. 509–520. <https://doi.org/10.1017/S0022112081001894>.
76. Sarpkaya T. Force on a circular cylinder in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers. *J. Fluid Mech.*, 1986, vol. 165, pp. 61–71. <https://doi.org/10.1017/S0022112086002999>.

77. Sarpkaya T. Experiments on the stability of sinusoidal flow over a circular cylinder. *J. Fluid Mech.*, 2002, vol. 457, pp. 157–180. <https://doi.org/10.1017/S002211200200784X>.
78. Sarpkaya T. Structures of separation on a circular cylinder in periodic flow. *J. Fluid Mech.*, 2006, vol. 567, pp. 281–297. <https://doi.org/10.1017/s0022112006002278>.
79. Hall P. On the stability of unsteady boundary layer on a cylinder oscillating transversely in a viscous fluid. *J. Fluid Mech.*, 1984, vol. 146, pp. 347–367. <https://doi.org/10.1017/S0022112084001907>.
80. Nuriev A.N., Egorov A.G., Zaitseva O.N. Numerical analysis of secondary flows around an oscillating cylinder. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2018, vol. 59, no. 3, pp. 451–459. <https://doi.org/10.1134/S0021894418030082>.
81. Justesen P. A numerical study of oscillating flow around a circular cylinder. *J. Fluid Mech.*, 1991, vol. 222, pp. 157–196. <https://doi.org/10.1017/S0022112091001040>.
82. Dütsch H., Durst F., Becker S., Lienhart H. Low-Reynolds-number flow around an oscillating circular cylinder at low Keulegan–Carpenter numbers. *J. Fluid Mech.*, 1998, vol. 360, pp. 249–271. <https://doi.org/10.1017/S002211209800860X>.
83. Iliadis G., Anagnostopoulos P. Viscous oscillatory flow around a circular cylinder at low Keulegan–Carpenter numbers and frequency parameters. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 1998, vol. 26, no. 4, pp. 403–442. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0363\(19980228\)26:4<403::AID-FLD640>3.0.CO;2-V](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0363(19980228)26:4<403::AID-FLD640>3.0.CO;2-V).
84. Uzunoglu B., Tan M., Price W.G. Low-Reynolds-number flow around an oscillating circular cylinder using a cell viscous boundary element method. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 2001, vol. 50, no. 10, pp. 2317–2338. <https://doi.org/10.1002/nme.122>.
85. Anagnostopoulos P., Minear R. Blockage effect of oscillatory flow past a fixed cylinder. *Appl. Ocean Res.*, 2004, vol. 26, nos. 3–4, pp. 147–153. <https://doi.org/10.1016/j.apor.2004.11.001>.
86. Nehari D., Armeni V., Balli F. Three-dimensional analysis of the unidirectional oscillatory flow around a circular cylinder at low Keulegan–Carpenter and β numbers. *J. Fluid Mech.*, 2004, vol. 520, pp. 157–186. <https://doi.org/10.1017/S002211200400134X>.
87. Elston J.R., Blackburn H.M., Sheridan J. The primary and secondary instabilities of flow generated by an oscillating circular cylinder. *J. Fluid Mech.*, 2006, vol. 550, pp. 359–389. <https://doi.org/10.1017/S0022112005008372>.
88. An H. Numerical modelling of flow characteristics and hydrodynamic forces on a cylinder subject to oscillatory flow. *PhD Thesis*. Perth, Univ. of West. Aust., 2009.
89. An H., Cheng L., Zhao M. Steady streaming around a circular cylinder in an oscillatory flow. *Ocean Eng.*, 2009, vol. 36, no. 14, pp. 1089–1097. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2009.06.010>.
90. Rashid F., Vartdal M., Grue J. Oscillating cylinder in viscous fluid: Calculation of flow patterns and forces. *J. Eng. Math.*, 2011, vol. 70, no. 1, pp. 281–295. <https://doi.org/10.1007/s10665-010-9395-7>.
91. Suthon P., Dalton C. Streakline visualization of the structures in the near wake of a circular cylinder in sinusoidally oscillating flow. *J. Fluids Struct.*, 2011, vol. 27, no. 7, pp. 885–902. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2011.03.003>.

-
92. Suthon P., Dalton C. Observations on the Honji instability. *J. Fluids Struct.*, 2012, vol. 32, pp. 27–36. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2011.12.008>.
 93. Malakhova T.V. Unsteady hydrodynamics and heat transfer of oscillating bodies. *Extended Abstract of Cand. Sci. (Physics and Mathematics) Diss.* Moscow, 2012. 150 p. (In Russian)
 94. Ren C., Lu L., Cheng L., Chen T. Hydrodynamic damping of an oscillating cylinder at small Keulegan–Carpenter numbers. *J. Fluid Mech.*, 2021, vol. 913, art. A36. <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.1159>.
 95. Egorov A.G., Kamalutdinov A.M., Nuriev A.N. Evaluation of aerodynamic forces acting on oscillating cantilever beams based on the study of the damped flexural vibration of aluminium test samples. *J. Sound Vib.*, 2018, vol. 421, pp. 334–347. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2018.02.006>.
 96. Facci A.L., Porfiri M. Nonlinear hydrodynamic damping of sharp-edged cantilevers in viscous fluids undergoing multi-harmonic base excitation. *J. Appl. Phys.*, 2012, vol. 112, no. 12, art. 124908. <https://doi.org/10.1063/1.4769307>.
 97. Graham J.M.R. The forces on sharp-edged cylinders in oscillatory flow at low Keulegan–Carpenter numbers. *J. Fluid Mech.*, 1980, vol. 97, no. 2, pp. 331–346. <https://doi.org/10.1017/s0022112080002595>.
 98. Tafuni A., Sahin I. Non-linear hydrodynamics of thin laminae undergoing large harmonic oscillations in a viscous fluid. *J. Fluids Struct.*, 2015, vol. 52, pp. 101–117. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2014.10.004>.
 99. De Rosis A., Lévêque E. Harmonic oscillations of a thin lamina in a quiescent viscous fluid: A numerical investigation within the framework of the lattice Boltzmann method. *Comput. Struct.*, 2015, vol. 157, pp. 209–217. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2015.05.034>.
 100. Nuriev A.N., Kamalutdinov A.M., Egorov A.G. A numerical investigation of fluid flows induced by the oscillations of thin plates and evaluation of the associated hydrodynamic forces. *J. Fluid Mech.*, 2019, vol. 874, pp. 1057–1095. <https://doi.org/10.1017/jfm.2019.477>.
 101. Shrestha B., Ahsan S., Aureli M. Experimental study of oscillating plates in viscous fluids: Qualitative and quantitative analysis of the flow physics and hydrodynamic forces. *Phys. Fluids*, 2018, vol. 30, no. 1, art. 013102. <https://doi.org/10.1063/1.5001330>.
 102. Kamalutdinov A.M. Theoretical and experimental study of aerodynamic properties in an oscillating plate. *Extended Abstract of Cand. Sci. (Physics and Mathematics) Diss.* Kazan, 2017. 142 p. (In Russian)
 103. Nuriev A.N., Kamalutdinov A.M. Identification of characteristics of the force aerodynamic action on oscillating cantilevered beams. *Fluid Dyn.*, 2022, vol. 57, no. 5, pp. 608–624. <https://doi.org/10.1134/S001546282205010X>.
 104. Facci A.L., Porfiri M. Analysis of three-dimensional effects in oscillating cantilevers immersed in viscous fluids. *J. Fluids Struct.*, 2013, vol. 38, pp. 205–222. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2012.11.006>.
 105. Agarwal A., Nolan K., Stafford J., Jeffers N. Visualization of three-dimensional structures shed by an oscillating beam. *J. Fluids Struct.*, 2017, vol. 70, pp. 450–463. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2017.02.013>.

106. Peterson S.D., Porfiri M., Rovardi A. A particle image velocimetry study of vibrating ionic polymer metal composites in aqueous environments. *IEEE/ASME Trans. Mechatron.*, 2009, vol. 14, no. 4, pp. 474–483. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2009.2020979>.
107. Nuriev A, Kamalutdinov A., Zaitseva O. Hydrodynamics around long vibrating beams. *J. Fluids Struct.*, 2021, vol. 101, art. 103203. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2020.103203>.
108. Prandtl L. Über die Entstehung von Wirbeln in der idealen Flüssigkeit, mit Anwendung auf die Tragflügeltheorie und andere Aufgaben. In: v. Kármán Th., Levi-Civita T. (Hrsg.) *Vorträge aus dem Gebiet der Hydro- und Aerodynamik (Innsbruck 1922)*. Berlin, Heidelberg, Springer, 1924, S. 18–33. https://doi.org/10.1007/978-3-662-00280-3_2. (In German)
109. Birnbaum W. Der Schlagflügelpropeller und die Kleinen Schwingungen elastisch befestigter Tragflügel. *Z. Flugtech. Motorluftschiffahrt*, 1924, Bd. 15, S. 128–134. (In German)
110. Theodorsen T. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. NACA Technical Report No. NACA R-496. Washington, DC, Natl. Advis. Comm. Aeronaut., 1935, pp. 291–311.
111. Garrick I. E. Propulsion of a flapping and oscillating airfoil. NACA Technical Report No. NACA-TR-567. Washington, DC, Natl. Advis. Comm. Aeronaut., 1936, pp. 1–10.
112. Wagner H. Über die Entstehung des dynamischen Auftriebes von Tragflügeln. *Z. Angew. Math. Mech.*, 1925, Bd. 15, H. 1, S. 17–35. <https://doi.org/10.1002/zamm.19250050103>. (In German)
113. Glauert H. The force and moment on an oscillating aerofoil. In: Gilles A., Hopf L., v. Kármán Th. (Hrsg.) *Vorträge aus dem Gebiete der Aerodynamik und verwandter Gebiete (Aachen 1929)*. Berlin, Heidelberg, Springer, 1930, S. 88–95. https://doi.org/10.1007/978-3-662-33791-2_16. (In German)
114. Küssner H.G. Zusammenfassender Bericht über den instationären Auftrieb von Flügeln. *Luftfahrtforschung*, 1936, Bd. 13, H. 12, S. 410–424. (In German)
115. Küssner H.G., Schwartz I.R. The oscillating wing with aerodynamically balanced elevator. NACA Technical Report No. NACA-TM-991. Washington, DC, Natl. Advis. Comm. Aeronaut., 1941, pp. 1–32.
116. Keldysh M.V., Lavrentiev M.A. On the theory of the oscillating wing. *Tekh. Zametki TsAGI*, 1935, no. 4, pp. 48–52. (In Russian)
117. Sedov L.I. *Ploskie zadachi gidrodinamiki i aerodinamiki* [Two-Dimensional Problems in Hydrodynamics and Aerodynamics]. Moscow, Leningrad, 1950. 443 p. (In Russian)
118. Nekrasov A.I. *Teoriya kryla v nestatsionarnom potoke* [Theory of Wings in Nonstationary Flow]. Moscow, Leningrad, Izd. Akad. Nauk SSSR, 1947. 258 p. (In Russian)
119. Durand W.F. (Ed.) *Aerodynamic Theory: A General Review of Progress under a Grant of the Guggenheim Fund for the Promotion of Aeronautics*. Vol. II: von Kármán Th., Burgers J.M. General aerodynamic theory: Perfect fluids. Berlin, Heidelberg, Springer, 1935. xvi, 368 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-91485-0>.
120. Golubev V.V. *Lektsii po teorii kryla* [Lectures on Wing Theory]. Moscow, Leningrad, Izd. Tekh.-Teor. Lit., 1949. 480 p. (In Russian)

121. Golubev V.V. *Issledovaniya po teorii mashushchego kryla* [Studies on the Theory of a Flapping Wing]. Moscow, Leningrad, Gos. Izd. Tekh.-Teor. Lit., 1957. (In Russian)
122. Rozhdestvensky K.V. *Metod srashchivaemykh asimptoticheskikh razlozhenii v gidrodinamike kryla* [Method of Matched Asymptotic Expansions in Wing Hydrodynamics]. Leningrad, Sudostroenie, 1979. 208 p. (In Russian)
123. Rozhdestvensky K.V., Ryzhov V.A. *Matematicheskie modeli v teorii mashushchego kryla* [Mathematical Models in the Theory of the Flapping Wing]. Leningrad, Leningr. Korablestroit. Inst., 1985. 177 p. (In Russian)
124. Gorelov D.N. *Metody resheniya ploskikh kraevykh zadach teorii kyla* [Methods for Solving Two-Dimensional Boundary Value Problems of the Wing Theory]. Novosibirsk, Izd. Sib. Otd. Ross. Akad. Nauk, 2000. 214 p. (In Russian)
125. Żbikowski R. On aerodynamic modelling of an insect-like flapping wing in hover for micro air vehicles. *Philos. Trans. R. Soc., A*, 2002, vol. 360, no. 1791, pp. 273–290.
<http://doi.org/10.1098/rsta.2001.0930>.
126. Azuma A., Okamoto M. Theoretical study on two-dimensional aerodynamic characteristics of unsteady wings. *J. Theor. Biol.*, 2005, vol. 234, no. 1, pp. 67–78.
<https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2004.11.016>.
127. Mateescu D., Abdo M. Theoretical solutions for unsteady flows past oscillating flexible airfoils using velocity singularities. *J. Aircr.*, 2003, vol. 40, no. 1, pp. 153–163.
<https://doi.org/10.2514/2.3070>.
128. Glegg S.A.L., Devenport W.J. Unsteady loading on an airfoil of arbitrary thickness. *J. Sound Vib.*, 2009, vol. 319, nos. 3–5, pp. 1252–1270. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.06.053>.
129. Dynnikova G.Ya., Dynnikov Ya.A., Guvernyuk S.V., Malakhova T.V. Stability of a reverse Karman vortex street. *Phys. Fluids*, 2021, vol. 33, no. 2, art. 024102.
<https://doi.org/10.1063/5.0035575>.
130. Ryzhov V.A. Hydrodynamics of propulsive and energy-saving devices with oscillating wing elements. *Extended Abstract of Cand. Sci. (Engineering) Diss.* St. Petersburg, 1997. (In Russian)
131. Peters D.A., Hsieh M.A., Torrero A. A state-space airloads theory for flexible airfoils. *J. Am. Helicopter Soc.*, 2007, vol. 52, no. 4, pp. 329–342. <https://doi.org/10.4050/JAHS.52.329>.
132. Peters D.A. Two-dimensional incompressible unsteady airfoil theory — an overview. *J. Fluids Struct.*, 2008, vol. 24, no. 3, pp. 295–312. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2007.09.001>.
133. Siekmann J. Theoretical studies of sea animal locomotion, Part 1. *Ing.-Arch.*, 1962, vol. 31, no. 3, pp. 214–228. <https://doi.org/10.1007/BF00534511>.
134. Wu T.Y.-T. Swimming of a waving plate. *J. Fluid Mech.*, 1961, vol. 10, no. 3, pp. 321–344. <https://doi.org/10.1017/S0022112061000949>.
135. Schwarz L. Berechnung der Druckverteilung einer harmonisch sich verformenden Tragfläche in ebener Strömung. *Luftfahrtforschung*, 1940, Bd. 17, S. 379–386. (In German)
136. Kelly H.R., Rentz A.W., Siekmann J. Experimental studies on the motion of a flexible hydrofoil. *J. Fluid Mech.*, 1964, vol. 19, no. 1, pp. 30–48. <https://doi.org/10.1017/S0022112064000520>.

137. Uldrick J.P., Siekmann J. On the swimming of a flexible plate of arbitrary finite thickness. *J. Fluid Mech.*, 1964, vol. 20, no. 1, pp. 1–33. <https://doi.org/10.1017/S0022112064000994>.
138. Reece J.W., Uldrick J.P., Siekmann J. Some recent developments in sea animal locomotion hydrodynamics. In: *Developments in Theoretical and Applied Mechanics: Proc. 2nd Southeast. Conf. on Theoretical and Applied Mechanics. Atlanta, Georgia, March 5–6, 1964*. Oxford, London, New York, NY, Pergamon Press, 1965, pp. 337–349.
139. Uldrick J.P. On the propulsion efficiency of swimming flexible hydrofoils of finite thickness. *J. Fluid Mech.*, 1968, vol. 32, no. 1, pp. 29–53. <https://doi.org/10.1017/S0022112068000571>.
140. Korennaya L.I. Mechanism of frictional resistance in the undulating body. In: *Gidrodinamicheskie voprosy bioniki* [Hydrodynamic Problems of Bionics]. Kyiv, Naukova Dumka, 1983, pp. 71–81. (In Russian)
141. Korennaya L.I. Viscous drag components in the undulating body. *Bionika*, 1987, vol. 21, pp. 53–58. (In Russian)
142. Lighthill M.J. Note on the swimming of slender fish. *J. Fluid Mech.*, 1960, vol. 9, no. 2, pp. 305–317. <https://doi.org/10.1017/S0022112060001110>.
143. Lighthill M.J. Hydromechanics of aquatic animal propulsion. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 1969, vol. 1, no. 1, pp. 413–446. <https://doi.org/10.1146/annurev.fl.01.010169.002213>.
144. Lighthill M.J. Aquatic animal propulsion of high hydromechanical efficiency. *J. Fluid Mech.*, 1970, vol. 44, no. 2, pp. 265–301. <https://doi.org/10.1017/S0022112070001830>.
145. Lighthill M.J. Large-amplitude elongated-body theory of fish locomotion. *Proc. R. Soc. London, Ser. B*, 1971, vol. 179, no. 1055, pp. 125–138. <https://doi.org/10.1098/rspb.1971.0085>.
146. Wu T.Y.-T. Hydromechanics of swimming propulsion. Part 1. Swimming of a two-dimensional flexible plate at variable forward speeds in an inviscid fluid. *J. Fluid Mech.*, 1971, vol. 46, no. 2, pp. 337–355. <https://doi.org/10.1017/S0022112071000570>.
147. Wu T.Y.-T. Hydromechanics of swimming propulsion. Part 2. Some optimum shape problems. *J. Fluid Mech.*, 1971, vol. 46, no. 3, pp. 521–544. <https://doi.org/10.1017/S0022112071000685>.
148. Wu T.Y.-T. Hydromechanics of swimming propulsion. Part 3. Swimming and optimum movements of slender fish with side fins. *J. Fluid Mech.*, 1971, vol. 46, no. 3, pp. 545–568. <https://doi.org/10.1017/S0022112071000697>.
149. Newman J.N., Wu T.Y. A generalized slender-body theory for fish-like forms. *J. Fluid Mech.*, 1973, vol. 57, no. 4, pp. 673–693. <https://doi.org/10.1017/S0022112073001953>.
150. Newman J.N., Wu T.Y. Hydromechanical aspects of fish swimming. In: Wu T.Y.-T., Brokaw C.J., Brennen C. (Eds.) *Swimming and Flying in Nature*. Boston, MA, Springer, 1975, pp. 615–634. https://doi.org/10.1007/978-1-4757-1326-8_10.
151. Chopra M.G. Hydromechanics of lunata-tail swimming propulsion. *J. Fluid Mech.*, 1974, vol. 64, no. 2, pp. 375–392. <https://doi.org/10.1017/S002211207400245X>.
152. Chopra M.G. Large amplitude lunata-tail theory of fish locomotion. *J. Fluid Mech.*, 1976, vol. 74, no. 1, pp. 161–182. <https://doi.org/10.1017/S0022112076001742>.

153. Chopra M.G., Kambe T. Hydromechanics of lunate-tail swimming propulsion. Part 2. *J. Fluid Mech.*, 1977, vol. 79, no. 1, pp. 49–69. <https://doi.org/10.1017/S0022112077000032>.
154. Lavrentiev M.A., Lavrentiev M.M. On a principle for creating a tractive force of motion. *Prikl. Mekh. Tekh. Fiz.*, 1962, vol. 4, pp. 3–9. (In Russian)
155. Logvinovich G.V. *Gidrodinamika techenii so svobodnymi granitsami* [Hydrodynamics of Free-Boundary Flows]. Kyiv, Naukova Dumka, 1969. 208 p. (In Russian)
156. Longvinovich G.V. Hydrodynamics of a thin flexible body (hydrodynamic characteristics of fish). *Bionika*, 1970, vol. 4, pp. 5–11. (In Russian)
157. Longvinovich G.V. Hydrodynamics of fish swimming. *Bionika*, 1973, vol. 7, pp. 3–8. (In Russian)
158. Romanenko E.V. *Teoriya plavaniya ryb i del'finov* [Theory of Fish and Dolphin Swimming]. Moscow, Nauka, 1986. 148 p. (In Russian)
159. Romanenko E.V. *Gidrodinamika ryb i del'finov* [Hydrodynamics of Fish and Dolphins]. Moscow, KMK, 2001. 411 p. (In Russian)
160. Candelier F., Boyer F., Leroyer A. Three-dimensional extension of Lighthill's large-amplitude elongated-body theory of fish locomotion. *J. Fluid Mech.*, 2011, vol. 674, pp. 196–226. <https://doi.org/10.1017/S002211201000649X>.
161. Candelier F., Porez M., Boyer F. Note on the swimming of an elongated body in a non-uniform flow. *J. Fluid Mech.*, 2013, vol. 716, pp. 616–637. <https://doi.org/10.1017/jfm.2012.560>.
162. Eloy C., Souilliez C., Schouveiler L. Flutter of a rectangular plate. *J. Fluids Struct.*, 2007, vol. 23, no. 6, pp. 904–919. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2007.02.002>.
163. Yu Zh., Eloy Ch. Extension of Lighthill's slender-body theory to moderate aspect ratios. *J. Fluids Struct.*, 2018, vol. 76, pp. 84–94. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2017.09.010>.
164. Michelin S., Doaré O. Energy harvesting efficiency of piezoelectric flags in axial flows. *J. Fluid Mech.*, 2013, vol. 714, pp. 489–504. <https://doi.org/10.1017/jfm.2012.494>.
165. Gorelov D.N. Propulsive characteristics of a flapping wing with with an elastically restrained aileron. *Bionika*, 1991, vol. 24, pp. 18–24. (In Russian)
166. Gruntfest R.A., Derezhina N.P. Vibration of an elastic fin in a fluid flow. *Bionika*, 1981, vol. 15, pp. 29–39. (In Russian)
167. Gruntfest R.A., Derezhina N.P. Vibration of a fin of an arbitrary planform in a fluid flow. *Bionika*, 1984, vol. 18, pp. 45–52. (In Russian)
168. Shklyarchuk F.N. *Aerouprugost' samoleta. Ucheb. posobie* [Aircraft Aeroelasticity. A Study Guide]. Moscow, MAI, 1985. 77 p. (In Russian)
169. Grishanina T.V., Shklyarchuk F.N. Unsteady oscillation of a deformable airfoil section in incompressible flow. *Russ. Aeronaut.*, 2009, vol. 52, no. 2, pp. 129–137. <https://doi.org/10.3103/S1068799809020019>.
170. Kurapov A.A., Rozhdestvensky K.V., Ryzhov V.A. Hydrodynamics of an elastic wing. Optimal characteristics. *Tr. V Vsesoyuz. shk. "Gidrodinamika vysokikh skorostei"* [Proc. V All-Union School "Hydrodynamics of High Speeds"]. Cheboksary, 1994, pp. 32–41. (In Russian)

171. Rozhdestvensky K.V., Ryzhov V.A. Aerohydrodynamics of flapping-wing propulsors. *Prog. Aerosp. Sci.*, 2003, vol. 39, no. 8, pp. 585–633. [https://doi.org/10.1016/S0376-0421\(03\)00077-0](https://doi.org/10.1016/S0376-0421(03)00077-0).
172. Katz J., Weihs D. Hydrodynamic propulsion by large amplitude oscillation of an airfoil with chordwise flexibility. *J. Fluid Mech.*, 1978, vol. 88, no. 3, pp. 485–497. <https://doi.org/10.1017/S0022112078002220>.
173. Kartuzov E.I. Optimization of propulsive systems with wing elements. *Extended Abstract of Dr. Sci. (Physics and Mathematics) Diss.* St. Petersburg, 2000. 313 p. (In Russian)
174. Sumbatyan M.A., Tarasov A.E. A mathematical model for the propulsive thrust of the thin elastic wing harmonically oscillating in a flow of non-viscous incompressible fluid. *Mech. Res. Commun.*, 2015, vol. 68, pp. 83–88. <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2015.02.005>.
175. Tarasov A.E. Aero-hydrodynamic analysis of elastic propulsive elements using the method of integral equations. *Extended Abstract of Cand. Sci. (Physics and Mathematics) Diss.* Rostov-on-Don, 2015. 139 p. (In Russian)
176. Berci M., Toropov V., Hewson R., Gaskell P. Aeroelastic analysis and gust response of a flexible airfoil. *Proc. 51st AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conf.* Orlando, FL, 2010, art. AIAA 2010-3119. <https://doi.org/10.2514/6.2010-3119>.
177. Küssner H.G. Allgemeine Tragflächentheorie. *Luftfahrtforschung*, 1940, Bd. 17, S. 370–378. (In German)
178. Khrabrov A.N. Mathematical modeling of the influence of vortex shedding on the unsteady aerodynamic characteristics of an airfoil during its arbitrary motion. *Uch. Zap. TsaGI*, 2002, vol. 33, nos. 3–4, pp. 3–17. (In Russian)
179. Liu H., Ellington C.P., Kawachi K., van den Berg C., Willmott A.P. A computational fluid dynamic study of hawkmoth hovering. *J. Exp. Biol.*, 1998, vol. 201, no. 4, pp. 461–477. <https://doi.org/10.1242/jeb.201.4.461>.
180. Isogai K., Shinmoto Y., Watanabe Y. Effects of dynamic stall on propulsive efficiency and thrust of flapping airfoil. *AIAA J.*, 1999, vol. 37, no. 10, pp. 1145–1151. <https://doi.org/10.2514/2.589>.
181. Pedro G., Suleman A., Djilali N. A numerical study of the propulsive efficiency of a flapping hydrofoil. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 2003, vol. 42, no. 5, pp. 493–526. <https://doi.org/10.1002/fld.525>.
182. Lewin G.C., Haj-Hariri H. Modelling thrust generation of a two-dimensional heaving airfoil in a viscous flow. *J. Fluid Mech.*, 2003, vol. 492, pp. 339–362. <https://doi.org/10.1017/S0022112003005743>.
183. Alben S., Shelley M. Coherent locomotion as an attracting state for a free flapping body. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, 2005, vol. 102, no. 32, pp. 11163–11166. <https://doi.org/10.1073/pnas.0505064102>.
184. Zhang J., Liu N.-S., Lu X.-Y. Locomotion of a passively flapping flat plate. *J. Fluid Mech.*, 2010, vol. 659, pp. 43–68. <https://doi.org/10.1017/S0022112010002387>.
185. Spagnolie S.E., Moret L., Shelley M.J., Zhang J. Surprising behaviors in flapping locomotion with passive pitching. *Phys. Fluids*, 2010, vol. 22, art. 041903. <https://doi.org/10.1063/1.3383215>.

-
186. Maertens A.P., Triantafyllou M.S., Yue D.K.P. Efficiency of fish propulsion. *Bioinspiration Biomimetics*, 2015, vol. 10, no. 4, art. 046013. <https://doi.org/10.1088/1748-3190/10/4/046013>.
187. Lua K.B., Dash S.M., Lim T.T., Yeo K.S. On the thrust performance of a flapping two-dimensional elliptic airfoil in a forward flight. *J. Fluids Struct.*, 2016, vol. 66, pp. 91–109. <https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2016.07.012>.
188. Koval' K.A., Sukhorukov A.L., Chernyshev I.A. Results of verification of the numerical method of calculating the hydrodynamic and hydroacoustic characteristics of a fin propeller. *Fundam. Prikl. Gidrofiz.*, 2016, vol. 9, no. 4, pp. 60–72. (In Russian)
189. Dynnikov Ya.A. On the calculation of a flapping flexible airfoil in the flow of viscous incompressible fluid. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Mashinostr.*, 2016, no. 4, pp. 22–30. <https://doi.org/10.18698/0536-1044-2016-4-22-30>. (In Russian)
190. Taha H.E. Geometric nonlinear control of the lift dynamics of a pitching-plunging wing. *Proc. AIAA Scitech 2020 Forum*. Orlando, FL, AIAA, 2020. <https://doi.org/10.2514/6.2020-0824>.
191. Alben S. Collective locomotion of two-dimensional lattices of flapping plates. Part 1. Numerical method, single-plate case and lattice input power. *J. Fluid Mech.*, 2021, vol. 915, art. A20. <https://doi.org/10.1017/jfm.2021.6>.
192. Alben S. Collective locomotion of two-dimensional lattices of flapping plates. Part 2. Lattice flows and propulsive efficiency. *J. Fluid Mech.*, 2021, vol. 915, art. A21. <https://doi.org/10.1017/jfm.2021.43>.
193. Borazjani I., Sotiropoulos F. On the role of form and kinematics on the hydrodynamics of self-propelled body/caudal fin swimming. *J. Exp. Biol.*, 2010, vol. 213, no. 1, pp. 89–107. <https://doi.org/10.1242/jeb.030932>.
194. Yeh P.D., Alexeev A. Effect of aspect ratio in free-swimming plunging flexible plates. *Comput. Fluids*, 2016, vol. 124, pp. 220–225. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2015.07.009>.
195. Maertens A.P., Gao A., Triantafyllou M.S. Optimal undulatory swimming for a single fish-like body and for a pair of interacting swimmers. *J. Fluid Mech.*, 2017, vol. 813, pp. 301–345. <https://doi.org/10.1017/jfm.2016.845>.
196. Zhang D., Huang W.-X. Hydrodynamics of a swimming batoid fish at Reynolds numbers up to 148 000. *J. Fluid Mech.*, 2023, vol. 963, art. A16. <https://doi.org/10.1017/jfm.2023.325>.
197. Wu X., Zhang X., Tian X., Li X., Lu W. A review on fluid dynamics of flapping foils. *Ocean Eng.*, 2020, vol. 195, art. 106712. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2019.106712>.
198. Riley N., Watson E.J. Eccentric oscillations of a circular cylinder in a viscous fluid. *Mathematika*, 1993, vol. 40, no. 2, pp. 187–202. <https://doi.org/10.1112/S0025579300006975>.
199. Nuriev A.N., Egorov A.G. Asymptotic theory of a flapping wing of a circular cross-section. *J. Fluid Mech.*, 2022, vol. 941, art. A23. <https://doi.org/10.1017/jfm.2022.287>.
200. Egorov A.G., Nuriev A.N. Cruising speed of a cylindrical wing performing small translational-rotational oscillations. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2022, vol. 164, no. 2–3, pp. 170–180. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2022.2-3.170-180>. (In Russian)

Информация об авторах

Артем Наилевич Нуриев, доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник НИЛ «Интеллектуальные биомиметические и природосообразные системы», Казанский (Приволжский) федеральный университет

E-mail: *nuriev_an@mail.ru*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1561-557X>

Ольга Николаевна Зайцева, кандидат педагогических наук, старший научный сотрудник НИЛ «Интеллектуальные биомиметические и природосообразные системы», Казанский (Приволжский) федеральный университет

E-mail: *olga_fdpi@mail.ru*

ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-9724-7514>

Ольга Сергеевна Жучкова, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математических методов в геологии Института геологии и нефтегазовых технологий, Казанский (Приволжский) федеральный университет

E-mail: *OSZaharova@kpfu.ru*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6779-6934>

Author Information

Artem N. Nuriev, Dr. Sci. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Leading Researcher, Laboratory of Intelligent Biomimetic and Nature-Inspired Systems, Kazan Federal University

E-mail: *nuriev_an@mail.ru*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1561-557X>

Olga N. Zaitseva, Cand. Sci. (Pedagogy), Senior Researcher, Laboratory of Intelligent Biomimetic and Nature-Inspired Systems, Kazan Federal University

E-mail: *olga_fdpi@mail.ru*

ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-9724-7514>

Olga S. Zhuchkova, Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Associate Professor, Department of Mathematical Methods in Geology, Institute of Geology and Petroleum Technologies, Kazan Federal University

E-mail: *OSZaharova@kpfu.ru*

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6779-6934>

Поступила в редакцию 23.08.2024

Принята к публикации 27.11.2024

Received August 23, 2024

Accepted November 27, 2024