

**ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ**

УДК 533.6.011.7

<https://doi.org/10.26907/2541-7746.2025.1.16-29>**Влияние коэффициента теплоотдачи на теплообмен  
в цилиндрической вибрирующей полости****А.А. Губайдуллин , А.В. Пяткова***Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, г. Тюмень, Россия**Тюменский государственный университет, г. Тюмень, Россия* *a.a.gubaidullin@yandex.ru***Аннотация**

Численно исследован теплоперенос в вибрирующей цилиндрической воздушной полости, на стенках которой задан тепловой поток по закону Ньютона–Рихмана. Для описания процесса в осесимметричной постановке использована полная система уравнений Навье–Стокса с постоянными значениями коэффициентов вязкости и теплопроводности. Рассмотрены три характерные частоты вибрации. Определено влияние коэффициента теплоотдачи на распределение температуры в полости. Показано, что при наличии теплообмена через стенки полости вибрация может привести к понижению средней за период температуры в центральной части полости. Для каждой из рассмотренных частот вибрации определены значения коэффициента теплоотдачи, при которых приращение температуры в среднем за период во всей области положительно. Изучено также влияние коэффициента теплоотдачи на направление теплового потока через боковую поверхность полости при разных частотах вибрации.

**Ключевые слова:** частота вибрации, амплитуда вибрации, цилиндрическая полость, коэффициент теплоотдачи, средняя за период температура, средний за период тепловой поток

**Благодарности.** Работа выполнена в рамках государственного задания (№ госрегистрации 124021500017-5).

---

**Для цитирования:** *Губайдуллин А.А., Пяткова А.В.* Влияние коэффициента теплоотдачи на теплообмен в цилиндрической вибрирующей полости // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2025. Т. 167, кн. 1. С. 16–29. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2025.1.16-29>.

---

## ORIGINAL ARTICLE

<https://doi.org/10.26907/2541-7746.2025.1.16-29>

## Influence of the heat transfer coefficient on heat transfer in a vibrating cylindrical cavity

A.A. Gubaidullin , A.V. Pyatkova

*Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics,  
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Tyumen, Russia*

*University of Tyumen, Tyumen, Russia*

 *a.a.gubaidullin@yandex.ru*

### Abstract

Heat transfer in a vibrating cylindrical air-filled cavity, where the heat flux on the walls is defined by the Newton–Richmann law, was studied numerically. To describe the process in an axisymmetric formulation, the full system of Navier–Stokes equations with constant values of the viscosity and thermal conductivity coefficients was used. Three characteristic vibration frequencies were considered. The influence of the heat transfer coefficient on the temperature distribution in the cavity was investigated. The findings show that when the heat transfer occurs through the cavity walls, vibration can reduce the period average temperature in the central part of the cavity. For each of the considered vibration frequencies, the values of the heat transfer coefficient were determined at which the overall average temperature in the cavity increases. The influence of the heat transfer coefficient on the direction of the heat flux through the side surface of the cavity at different vibration frequencies was analyzed.

**Keywords:** vibration frequency, vibration amplitude, cylindrical cavity, heat transfer coefficient, period average temperature, period average heat flux

**Acknowledgments.** This study was carried out as part of state assignment no. 124021500017-5.

---

**For citation:** Gubaidullin A.A., Pyatkova A.V. Influence of the heat transfer coefficient on heat transfer in a vibrating cylindrical cavity. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2025, vol. 167, no. 1, pp. 16–29.

<https://doi.org/10.26907/2541-7746.2025.1.16-29>. (In Russian)

---

### Введение

Как известно, вследствие вибрации внутри полости, заполненной сжимаемой средой, создаются вынужденные колебания определенной частоты, которые отражаются в изменении таких характеристик газа, как давление, температура, плотность и скорость. С течением времени процесс выходит на режим установившихся колебаний, при котором собственные колебания, которые наблюдаются в начальной стадии процесса, затухают [1]. Термические граничные условия на стенках полости могут оказывать существенное влияние на волновой процесс. Например, в работе [2] показано влияние учета теплопроводности

сти и зависимости вязкости от температуры при сопоставлении результатов с работой [3]. В свою очередь, вибрация может привести к усилению теплопереноса [4–7]. В [8] описан способ увеличения теплопереноса для случая одиночной трубы или массива труб при помощи акустических волн. В работе [9] выявлены параметры, приводящие к увеличению теплопереноса для случая цилиндрической полости, заполненной воздухом, на одном торце которой находится нагревательный элемент, а другой торец (или часть торца) осуществляет вибрационное движение.

В случае теплоизолированных стенок полости наблюдается нагрев газа в среднем за период времени, что происходит за счёт вязкой диссипации, так как отвод тепла через стенки полости в этом случае отсутствует [10–12]. Если на стенках полости заданы изотермические граничные условия, то распределение средней за период температуры в области может стать неравномерным. В этом случае в центральной части полости находится область пониженной температуры, а вблизи вертикальных стенок (торцов), напротив, происходит повышение средней за период температуры по сравнению с начальной [13–16]. В работе [14] также рассмотрен случай «неконтролируемых» граничных условий, когда на границе задан тепловой поток по закону Ньютона–Рихмана, то есть известны коэффициент теплоотдачи и температура окружающей среды. Отмечены охлаждение горизонтальной стенки полости в центральной части и нагрев вблизи торцов, объяснено влияние термических граничных условий на структуру акустического течения. В работе [17] описано поведение акустического течения при изменении коэффициента теплоотдачи.

Настоящая работа восполняет пробел в предыдущих исследованиях, а именно, в ней изучен теплоперенос в цилиндрической полости, на стенках которой задан тепловой поток через конвективный теплообмен, то есть известны коэффициент теплоотдачи и температура окружающей среды. Для трех характерных частот вибрации определено влияние коэффициента теплоотдачи на среднюю за период температуру в полости и на тепловой поток через боковую поверхность полости.

## 1. Постановка задачи

Рассмотрим полость (рис. 1), представляющую собой цилиндр, закрытый с двух сторон непроницаемыми торцами и подверженный вибрационному воздействию  $A \cos(\omega t)$  с постоянной частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$ . Пусть внутри полости находится воздух при постоянных давлении  $p_0$  и температуре  $T_0$ , длина цилиндра равна  $L$ , а радиус равен  $R_0$ . На всех стенках полости зададим условие прилипания, а термические граничные условия – через закон Ньютона–Рихмана, то есть известны коэффициент теплоотдачи  $h$  и температура окружающей среды  $T_0$ .

Задачу будем решать в осесимметричной постановке. Движение сжимаемого газа опишем системой уравнений Навье–Стокса. Уравнения запишем в системе координат, связанной с вибрирующей полостью:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho u u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho u v}{\partial r} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right) + \\ &+ \frac{\mu}{3} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial r v}{\partial r} \right) \right) + \rho A \omega^2 \cos(\omega t), \end{aligned}$$

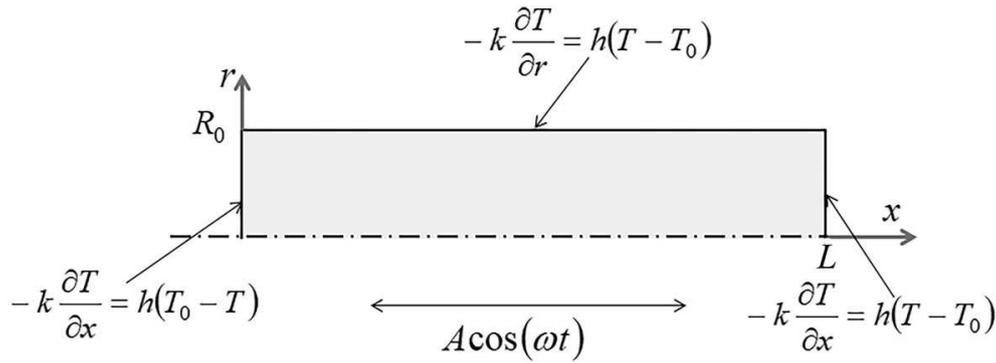


Рис. 1. Исследуемая область

Fig. 1. Domain under study

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r \rho v v}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v}{\partial r} \right) \right) + \frac{\mu}{3} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right) - \frac{4}{3} \frac{\mu v}{r^2},$$

$$c_v \frac{\partial \rho T}{\partial t} + c_v \frac{\partial \rho u T}{\partial x} + \frac{c_v}{r} \frac{\partial r \rho v T}{\partial r} = k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) - p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r v}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial r v}{\partial r} \right)^2 + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2\mu \left( \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \frac{v^2}{r^2} \right),$$

$$p = \rho R_g T.$$

Начальные условия:

$$t = 0 : u = 0, \quad v = 0, \quad T = T_0, \quad p = p_0, \quad \rho = \frac{p_0}{R_g T_0} = \rho_0.$$

Граничные условия:

$$x = 0 : u = 0, \quad v = 0, \quad -k \frac{\partial T}{\partial x} = h(T_0 - T),$$

$$x = L : u = 0, \quad v = 0, \quad -k \frac{\partial T}{\partial x} = h(T - T_0),$$

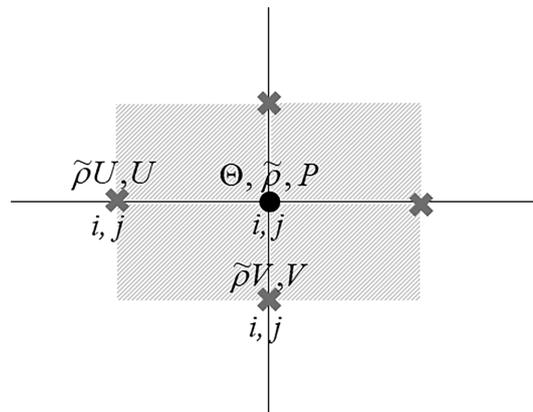
$$r = R_0 : u = 0, \quad v = 0, \quad -k \frac{\partial T}{\partial r} = h(T - T_0).$$

Здесь  $t$  – время,  $x$  и  $r$  – пространственные координаты,  $u$  и  $v$  – осевая и радиальная компоненты скорости,  $p$  – давление,  $T$  – температура,  $\rho$  – плотность,  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости,  $k$  – коэффициент теплопроводности,  $R_g$  – газовая постоянная,  $h$  – коэффициент теплоотдачи,  $c_v$  – удельная теплоёмкость при постоянном объёме.

Перейдем к безразмерным переменным:  $X = \frac{x}{L}$ ,  $R = \frac{r}{L}$  – безразмерные координаты,  $\tau = \frac{tc_0}{L}$  – безразмерное время (где  $c_0$  – скорость звука),  $\Theta = \frac{T-T_0}{T_0}$  – безразмерная температура,  $\tilde{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}$  – безразмерная плотность,  $P = \frac{p}{\gamma p_0}$  – безразмерное давление,  $U = \frac{u}{c_0}$  – безразмерная осевая составляющая скорости,  $V = \frac{v}{c_0}$  – безразмерная радиальная составляющая скорости,  $\Omega = \frac{\omega L}{c_0}$  – безразмерная частота вибрации,  $\tilde{A} = \frac{A}{L}$  – безразмерная амплитуда вибрации,  $H = \frac{hL}{k}$  – безразмерный коэффициент теплоотдачи,  $\tilde{R}_0 = \frac{R_0}{L}$  – безразмерный радиус полости,  $\gamma$  – показатель адиабаты, а  $\Gamma = \frac{k}{\rho_0 c_0 c_v L}$  – безразмерный коэффициент теплопроводности.

## 2. Численная реализация и параметры расчетов

Для дискретизации системы уравнений применим метод контрольного объёма и неявную численную схему. Для аппроксимации конвективно-диффузионных потоков возьмем схему со степенным законом [18]. Используем смещенную (шахматную) расчетную сетку, в которой компоненты скорости  $U$  и  $V$  вычислим на гранях основных контрольных объемов. В расчетных точках, расположенных в центре основных контрольных объемов, рассчитаем температуру  $\Theta$ , плотность  $\tilde{\rho}$  и давление  $P$ . Пример расчетной сетки приведен на рис. 2, где крестиками обозначены расчетные точки для компонент скорости. Компоненты потока массы  $\tilde{\rho}U$  и  $\tilde{\rho}V$  вычислены также в узлах смещенной расчетной сетки. Более подробно алгоритм и методика расчета описаны в работе [15].



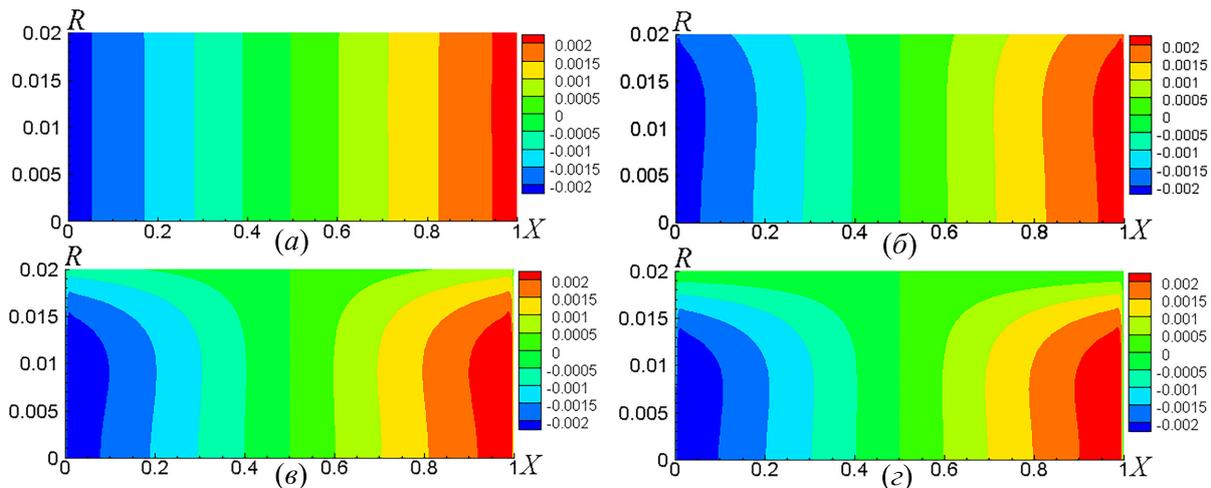
**Рис. 2.** Пример расчетной сетки

**Fig. 2.** Example of the computational grid

В приведенных ниже расчетах теплофизические характеристики соответствуют свойствам воздуха при температуре 300 К, при этом размерная длина полости составляет 0.005 м. Рассмотрим следующие частоты вибрации  $\Omega = 0.5, 1, 2$ , они соответствуют разной степени проявления нелинейности процесса. Безразмерная резонансная частота системы  $\Omega_0$  приближенно равна  $\pi$ . Зададим амплитуду вибрации  $\tilde{A} = 0.01$ , а радиус полости  $\tilde{R}_0 = 0.02$ . Значения коэффициента теплоотдачи возьмём следующими:  $H = 0, 1, 5, 10, 20, 50, 100, 500, 10000$  для  $\Omega = 0.5$ ;  $H = 0, 1, 10, 30, 40, 50, 100, 500, 10000$  для  $\Omega = 1$ ;  $H = 0, 1, 50, 100, 170, 200, 300, 500, 10000$  для  $\Omega = 2$ . Расчетная сетка состоит из  $1002 \times 32$  расчетных точек, при этом шаг по времени рассчитан как  $\Delta\tau = 0.2\Delta X$ .

### 3. Анализ полученных результатов

После начала движения полости в газе происходит сложное волновое движение, при котором присутствуют как свободные колебания, так и вынужденные колебания с частотой внешнего воздействия. С течением времени происходит выход на режим установившихся колебаний. При таком режиме картина течения будет повторяться с периодом, равным периоду внешнего воздействия на полость. При этом в моменты наибольшего отклонения полости от центрального положения происходит увеличение давления, плотности и температуры у одного торца (более удаленного от центрального положения полости) и уменьшение у противоположного торца. В центре полости значения данных характеристик изменяются за период внешнего воздействия гораздо менее заметно. Продольная составляющая скорости, напротив, достигает максимальных по модулю значений в центральной части полости, а на стенках сохраняются нулевые значения за счет условия прилипания, так как система координат связана с полостью. На рис. 3 показаны поля температуры в момент наибольшего отклонения полости вправо в режиме установившихся колебаний на примере частоты  $\Omega = 1$ . При малом коэффициенте теплоотдачи  $H = 1$  распределение температуры близко к случаю адиабатических граничных условий ( $H = 0$ ), и она практически постоянна в каждом радиальном сечении. При увеличении коэффициента теплоотдачи изолинии температуры изменяются. При максимальном из рассмотренных коэффициентов теплоотдачи  $H = 10000$  поле температуры близко к изотермическому случаю, когда на стенках полости задана постоянная температура.

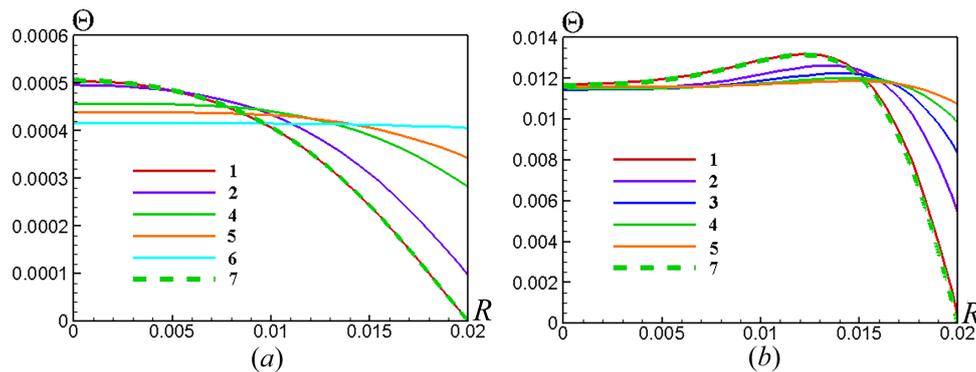


**Рис. 3.** Распределение температуры в момент наибольшего отклонения полости вправо при  $\Omega = 1$  и  $H = 1$  (а),  $H = 50$  (б),  $H = 500$  (в),  $H = 10000$  (г)

**Fig. 3.** Temperature distribution at the moment of the maximum displacement of the cavity to the right at  $\Omega = 1$  and  $H = 1$  (a),  $H = 50$  (b),  $H = 500$  (c),  $H = 10000$  (d)

В случае большого коэффициента теплоотдачи  $H = 10000$  (близком к случаю изотермических граничных условий) можно провести сопоставление результатов с приближенным аналитическим решением [2], которое справедливо в случае, когда нет сильного проявления нелинейных эффектов. Возьмем для сравнения распределение температуры вдоль радиуса при  $X = 0.9$  в момент наибольшего отклонения полости вправо. На рис. 4 видно, что численное решение хорошо согласуется с аналитическим на примере частот

вибрации  $\Omega = 0.5$  и  $\Omega = 2$ . Отметим, что если при меньшей частоте  $\Omega = 0.5$  максимальное значение температуры наблюдалось на оси симметрии полости, то при частоте  $\Omega = 2$  максимальное значение температуры в данном сечении находится ближе к боковой поверхности. Также на данном рисунке показано изменение распределения температуры вдоль радиуса при уменьшении коэффициента теплоотдачи. Можно увидеть, что уменьшение коэффициента теплоотдачи приводит к уменьшению перепада температур вдоль радиуса таким образом, что температура вблизи боковой поверхности полости увеличивается, а температура в центральной части полости уменьшается, что более заметно в случае  $\Omega = 0.5$ .



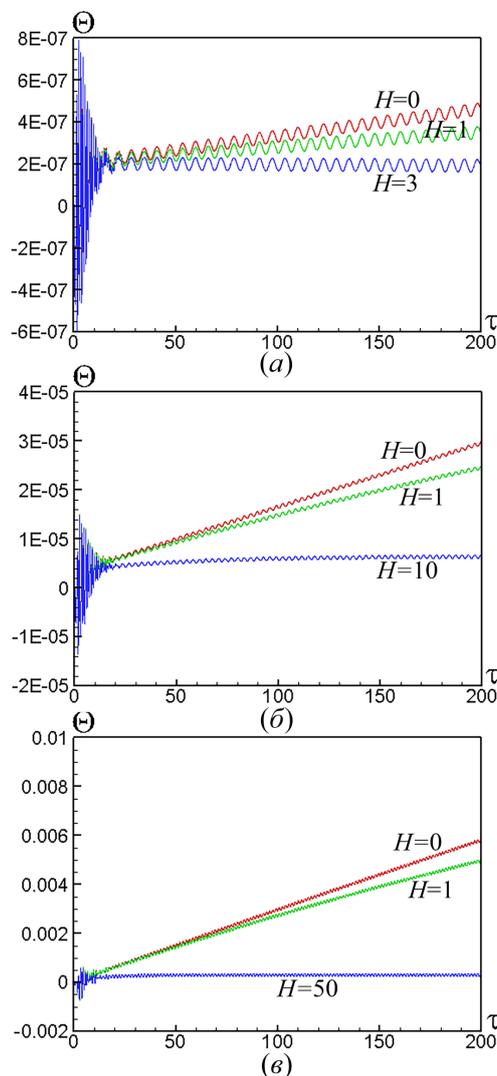
**Рис. 4.** Распределение температуры вдоль радиальной координаты при  $X = 0.9$  и  $\Omega = 0.5$  (а),  $\Omega = 2$  (б); 1 –  $H = 10000$ , 2 –  $H = 500$ , 3 –  $H = 200$ , 4 –  $H = 100$ , 5 –  $H = 50$ , 6 –  $H = 20$ , 7 – аналитическое решение [2]

**Fig. 4.** Temperature distribution along the radial coordinate at  $X = 0.9$  and  $\Omega = 0.5$  (a),  $\Omega = 2$  (b); 1 –  $H = 10000$ , 2 –  $H = 500$ , 3 –  $H = 200$ , 4 –  $H = 100$ , 5 –  $H = 50$ , 6 –  $H = 20$ , 7 – analytical solution [2]

Вибрация полости приводит к нагреву газа внутри нее, что объясняется наличием вязкой диссипации. Если коэффициент теплоотдачи  $H = 0$ , то тепло не может покинуть полость через стенки, и происходит нагрев газа в среднем за период, что показано на рис. 5 для разных частот вибрации на примере изменения температуры с течением времени в центре полости. При увеличении коэффициента теплоотдачи до  $H = 1$  средняя за период температура продолжает увеличиваться с течением времени, но с меньшей скоростью, поскольку частично тепло в этом случае выходит через границы. Так как воздействие на полость является более интенсивным при большей частоте вибрации, то и более выражен нагрев газа. На рис. 5 для каждой частоты вибрации подобраны случаи, когда не происходит неограниченного повышения средней за период температуры. Если для  $\Omega = 0.5$  достаточно увеличить коэффициент теплоотдачи до  $H = 3$ , то для  $\Omega = 1$  нагрев будет компенсироваться при тепловом потоке на границах при  $H = 10$ , а для  $\Omega = 2$  – при  $H = 50$ . Можно также заметить, что при таких значениях коэффициента теплоотдачи среднее за период значение температуры в центре области в режиме установившихся колебаний превышает начальную температуру газа.

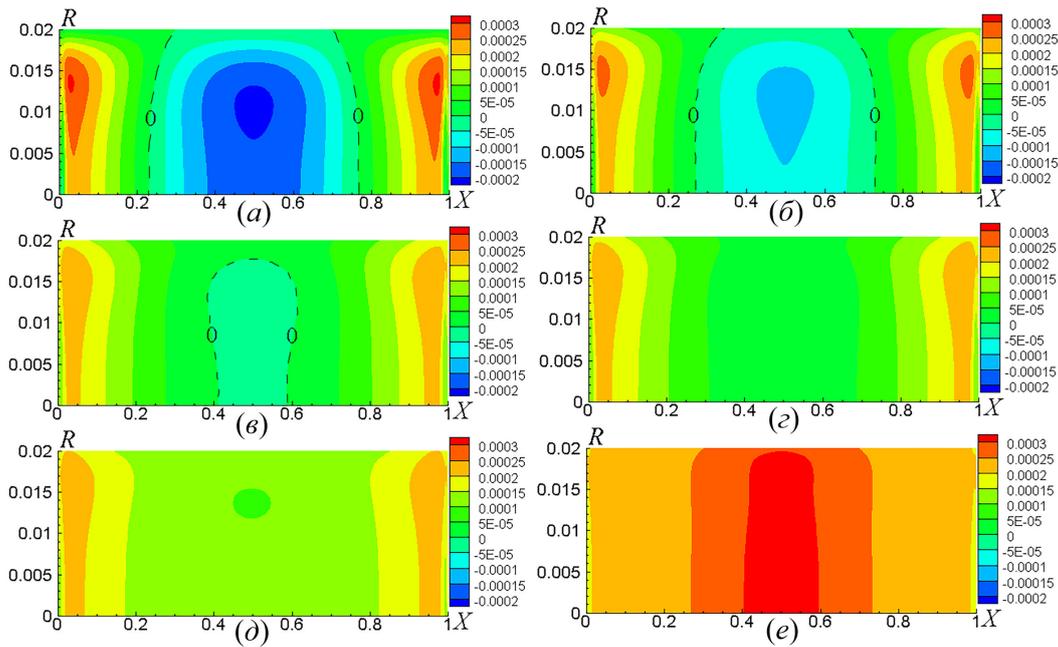
Рассмотрим поля средней за период температуры на примере частоты  $\Omega = 2$  (рис. 6). При большом коэффициенте теплоотдачи  $H = 10000$ , близком к случаю изотермических граничных условий, в центре полости образуется область, где температура в среднем за период становится ниже начальной температуры, наоборот, вблизи торцов виден нагрев

газа в среднем за период. При уменьшении коэффициента теплоотдачи область отрицательной безразмерной температуры уменьшается в размерах, также снижается значение максимальной средней за период температуры в области. При  $H = 170$  область отрицательной температуры исчезает совсем, во всей расчетной области температура в среднем за период больше либо равна начальной температуре. При дальнейшем уменьшении коэффициента теплоотдачи средняя за период температура в полости всё более выравнивается, а при  $H = 50$  средняя за период температура в центральной части полости уже становится больше, чем средняя за период температура вблизи торцов. И для других исследуемых частот вибрации были установлены значения коэффициента теплоотдачи, начиная с которых при дальнейшем их уменьшении средняя за период температура в полости становится положительной. Так, для частоты  $\Omega = 1$  получено значение коэффициента теплоотдачи  $H = 30$ , а для  $\Omega = 0.5$  –  $H = 5$ .



**Рис. 5.** Изменение температуры с течением времени в центре полости при  $X = 0.5$ ,  $R = 0$  и  $\Omega = 0.5$  (а),  $\Omega = 1$  (б),  $\Omega = 2$  (в)

**Fig. 5.** Temperature variations over time in the central part of the cavity at  $X = 0.5$ ,  $R = 0$ , and  $\Omega = 0.5$  (a),  $\Omega = 1$  (b),  $\Omega = 2$  (c)



**Рис. 6.** Распределение средней за период температуры при  $\Omega = 2$  и  $H = 10000$  (а),  $H = 500$  (б),  $H = 200$  (в),  $H = 170$  (г),  $H = 100$  (д),  $H = 50$  (е)

**Fig. 6.** Period average temperature distribution at  $\Omega = 2$  and  $H = 10000$  (a),  $H = 500$  (b),  $H = 200$  (c),  $H = 170$  (d),  $H = 100$  (e),  $H = 50$  (f)

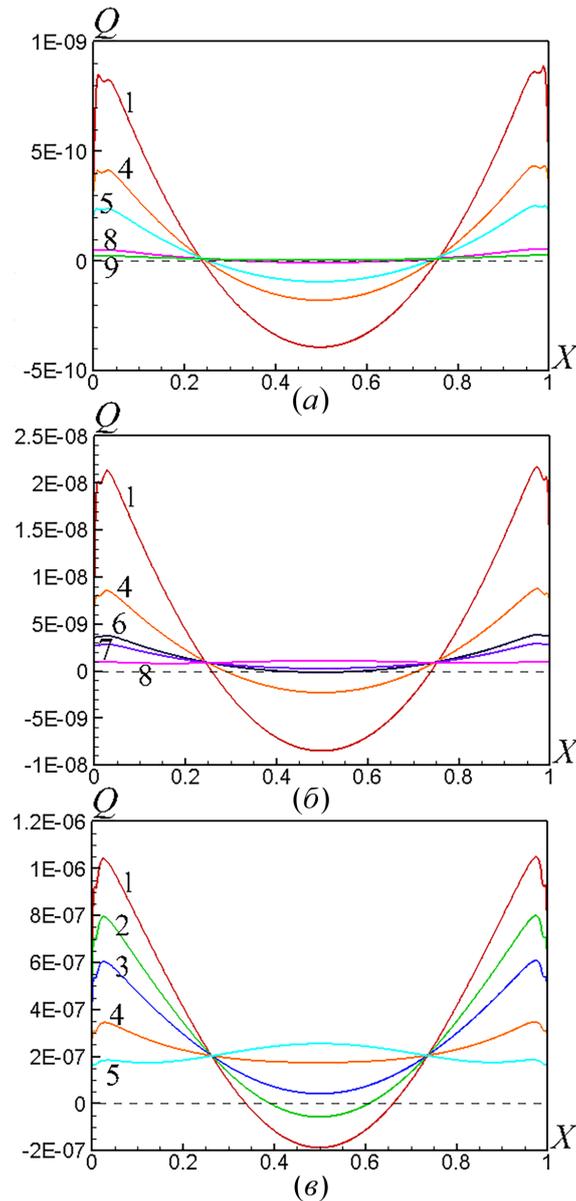
Проанализировав особенности распределения в полости средней за период температуры, можно заключить, что при больших значениях коэффициента теплоотдачи в центральной части боковой поверхности полости присутствует область, в которой тепловой поток в среднем за период отрицательный, то есть тепло в среднем за период поступает внутрь полости. Для подтверждения этого вывода рассмотрим поведение теплового потока, используя следующую формулу для его вычисления:

$$Q = -\Gamma \frac{\partial \Theta}{\partial R} \Big|_{R=\tilde{R}_0}.$$

Результаты вычислений представлены на рис. 7, где приведены зависимости теплового потока, среднего по временному периоду  $\frac{2\pi}{\Omega}$ , от продольной координаты для различных значений частоты и коэффициента теплоотдачи. Видно, что для всех трех частот на боковой поверхности есть область, где тепловой поток отрицательный. Размер этой области зависит от частоты и коэффициента теплоотдачи. Но для каждой частоты вибрации можно подобрать такое значение коэффициента теплоотдачи, что при его дальнейшем уменьшении тепловой поток будет положительным на всей боковой поверхности полости, то есть тепло будет выходить из полости наружу. Это может быть полезно, например, если требуется увеличить перенос тепла в среднем за период по всей боковой поверхности, а не в среднем по поверхности, хотя нужно учитывать, что при малых значениях коэффициента теплоотдачи тепловой поток становится малым. Установлено, что при частотах вибрации  $\Omega = 0.5$  и  $\Omega = 1$  характерные значения коэффициента теплоотдачи равны  $H = 5$  и  $H = 30$  соответственно. При  $\Omega = 2$  такое значение коэффициента теплоотдачи составляет  $H = 200$ . В отличие от двух других частот в этом случае в центральной части области

температура может быть ниже начальной, но тепловой поток через боковую поверхность цилиндра при этом положителен.

Заметим (рис. 7), что для каждой частоты вибрации на боковой поверхности есть две точки, в которых значение теплового потока положительно и остается постоянным при изменении  $H$ . Этот эффект требует дальнейших исследований.



**Рис. 7.** Средний за период тепловой поток через боковую поверхность полости при  $\Omega = 0.5$  (а),  $\Omega = 1$  (б),  $\Omega = 2$  (в); 1 –  $H = 500$ , 2 –  $H = 300$ , 3 –  $H = 200$ , 4 –  $H = 100$ , 5 –  $H = 50$ , 6 –  $H = 40$ , 7 –  $H = 30$ , 8 –  $H = 10$ , 9 –  $H = 5$

**Fig. 7.** Period average heat flux through the side surface of the cavity at  $\Omega = 0.5$  (a),  $\Omega = 1$  (b),  $\Omega = 2$  (c); 1 –  $H = 500$ , 2 –  $H = 300$ , 3 –  $H = 200$ , 4 –  $H = 100$ , 5 –  $H = 50$ , 6 –  $H = 40$ , 7 –  $H = 30$ , 8 –  $H = 10$ , 9 –  $H = 5$

### Заключение

Исследована задача определения влияния коэффициента теплоотдачи на теплоперенос в вибрирующей цилиндрической полости при трёх характерных частотах вибрации. Выявлены значения коэффициента теплоотдачи, при которых средняя за период температура в режиме установившихся колебаний во всей полости выше начальной. Также установлены значения коэффициента теплоотдачи, при которых в режиме установившихся колебаний в среднем за период тепло выходит из полости по всей ее боковой поверхности.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Conflicts of Interest.** The authors declare no conflicts of interest.

### Литература

1. *Исакович М.А.* Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.
2. *Hamilton M.F., Ilinskii Y.A., Zabolotskaya E.A.* Thermal effects on acoustic streaming in standing waves // *J. Acoust. Soc. Am.* 2003. V. 114, No 6. P. 3092–3101. <https://doi.org/10.1121/1.1618752>.
3. *Hamilton M.F., Ilinskii Y.A., Zabolotskaya E.A.* Acoustic streaming generated by standing waves in two-dimensional channels of arbitrary width // *J. Acoust. Soc. Am.* 2003. V. 113, No 1. P. 153–160. <https://doi.org/10.1121/1.1528928>.
4. *Fu W.S., Shieh W.J.* A study of thermal convection in an enclosure induced simultaneously by gravity and vibration // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1992. V. 35, No 7. P. 1695–1710. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(92\)90140-N](https://doi.org/10.1016/0017-9310(92)90140-N).
5. *Aktas M.K., Ozgumus T.* The effects of acoustic streaming on thermal convection in an enclosure with differentially heated horizontal walls // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2010. V. 53, Nos 23–24. P. 5289–5297. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.07.028>.
6. *Kim K.H., Hyan J.M., Kwak H.S.* Buoyant convection in a side-heated cavity under gravity and oscillations // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2001. V. 44, No 4. P. 857–861. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(00\)00142-3](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(00)00142-3).
7. *Lafta H.D., Mohammed D.O.* Experimental investigation of heat transfer enhancement in a double pipe heat exchanger using compound technique of transverse vibration and inclination angle // *J. Eng.* 2023. V. 29, No 5. P. 90–105. <https://doi.org/10.31026/j.eng.2023.05.07>.
8. *Liu Y., Jiang G., Yang Y., Kong Q., Jiang Y.* Numerical simulation on acoustic streaming characteristics in boiler tube array // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2022. V. 193. Art. 122834. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.122834>.
9. *Talebi M., Setareh M., Saffar-Avval M., Abardeh R.H.* Numerical investigation of natural convection heat transfer in a cylindrical enclosure due to ultrasonic vibrations // *Ultrasonics.* 2017. V. 76. P. 52–62. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2016.12.010>.
10. *Gubaidullin A.A., Yakovenko A.V.* Effects of heat exchange and nonlinearity on acoustic streaming in a vibrating cylindrical cavity // *J. Acoust. Soc. Am.* 2015. V. 137, No 6. P. 3281–3287. <https://doi.org/10.1121/1.4921292>.
11. *Pyatkova A.V., Gubaidullin A.A.* Acoustic streaming and temperature field in the cavity with isothermal and adiabatic boundary conditions at the ends // *Lobachevskii J. Math.* 2019. V. 40, No 11. P. 1994–1999. <https://doi.org/10.1134/S1995080219110234>.

12. *Aganin A.A., Ilgamov M.A., Smirnova E.T.* Development of longitudinal gas oscillations in a closed tube // *J. Sound Vib.* 1996. V. 195, No 3. P. 359–374. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1996.0431>.
13. *Daru V., Baltean-Carlès D., Weisman C., Debesse P., Gandikota G.* Two-dimensional numerical simulations of nonlinear acoustic streaming in standing waves // *Wave Motion.* 2013. V. 50, No 5. P. 955–963. <https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2013.03.004>.
14. *Daru V., Weisman C., Baltean-Carlès D., Bailliet H.* Acoustically induced thermal effects on Rayleigh streaming // *J. Fluid Mech.* 2021. V. 911. Art. A7. <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.996>.
15. *Gubaidullin A.A., Pyatkova A.V.* The effects of heat transfer through the ends of a cylindrical cavity on acoustic streaming and gas temperature // *Mathematics.* 2023. V. 11, No 8. Art. 1840. <https://doi.org/10.3390/math11081840>.
16. *Gubaidullin A.A., Pyatkova A.V.* Specificities of heat transfer in a vibrating cylindrical cavity at the transition of the exposure frequency through resonance // *Lobachevskii J. Math.* 2022. V. 43, No 5. P. 1069–1075. <https://doi.org/10.1134/S1995080222080121>.
17. *Губайдуллин А.А., Пяткова А.В.* Акустическое течение при термических граничных условиях 3-го рода // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64, № 3. С. 289–295.
18. *Patankar S.V.* Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Ser. in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences / Ed. by W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow. Washington, DC, New York, NY, London: Hemisphere, 1980. xiii, 197 p.

## References

1. Isakov M.A. *Obshchaya akustika* [General Acoustics]. Moscow, Nauka, 1973. 496 p. (In Russian)
2. Hamilton M.F., Ilinskii Y.A., Zabolotskaya E.A. Thermal effects on acoustic streaming in standing waves. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2003, vol. 114, no. 6, pp. 3092–3101. <https://doi.org/10.1121/1.1618752>.
3. Hamilton M.F., Ilinskii Y.A., Zabolotskaya E.A. Acoustic streaming generated by standing waves in two-dimensional channels of arbitrary width. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2003, vol. 113, no. 1, pp. 153–160. <https://doi.org/10.1121/1.1528928>.
4. Fu W.S., Shieh W.J. A study of thermal convection in an enclosure induced simultaneously by gravity and vibration. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1992, vol. 35, no. 7, pp. 1695–1710. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(92\)90140-N](https://doi.org/10.1016/0017-9310(92)90140-N).
5. Aktas M.K., Ozgumus T. The effects of acoustic streaming on thermal convection in an enclosure with differentially heated horizontal walls. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2010, vol. 53, nos. 23–24, pp. 5289–5297. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2010.07.028>.
6. Kim K.H., Hyan J.M., Kwak H.S. Buoyant convection in a side-heated cavity under gravity and oscillations. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2001, vol. 44, no. 4, pp. 857–861. [https://doi.org/10.1016/S0017-9310\(00\)00142-3](https://doi.org/10.1016/S0017-9310(00)00142-3).
7. Lafta H.D., Mohammed D.O. Experimental investigation of heat transfer enhancement in a double pipe heat exchanger using compound technique of transverse vibration and inclination angle. *J. Eng.*, 2023, vol. 29, no. 5, pp. 90–105. <https://doi.org/10.31026/j.eng.2023.05.07>.

8. Liu Y., Jiang G., Yang Y., Kong Q., Jiang Y. Numerical simulation on acoustic streaming characteristics in boiler tube array. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2022, vol. 193, art. 122834. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.122834>.
9. Talebi M., Setareh M., Saffar-Avval M., Abardeh R.H. Numerical investigation of natural convection heat transfer in a cylindrical enclosure due to ultrasonic vibrations. *Ultrasonics*, 2017, vol. 76, pp. 52–62. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2016.12.010>.
10. Gubaidullin A.A., Yakovenko A.V. Effects of heat exchange and nonlinearity on acoustic streaming in a vibrating cylindrical cavity. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2015, vol. 137, no. 6, pp. 3281–3287. <https://doi.org/10.1121/1.4921292>.
11. Pyatkova A.V., Gubaidullin A.A. Acoustic streaming and temperature field in the cavity with isothermal and adiabatic boundary conditions at the ends. *Lobachevskii J. Math.*, 2019, vol. 40, no. 11, pp. 1994–1999. <https://doi.org/10.1134/S1995080219110234>.
12. Aganin A.A., Ilgamov M.A., Smirnova E.T. Development of longitudinal gas oscillations in a closed tube. *J. Sound Vib.*, 1996, vol. 195, no. 3, pp. 359–374. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1996.0431>.
13. Daru V., Baltean-Carlès D., Weisman C., Debesse P., Gandikota G. Two-dimensional numerical simulations of nonlinear acoustic streaming in standing waves. *Wave Motion*, 2013, vol. 50, no. 5, pp. 955–963. <https://doi.org/10.1016/j.wavemoti.2013.03.004>.
14. Daru V., Weisman C., Baltean-Carlès D., Bailliet H. Acoustically induced thermal effects on Rayleigh streaming. *J. Fluid Mech.*, 2021, vol. 911, art. A7. <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.996>.
15. Gubaidullin A.A., Pyatkova A.V. The effects of heat transfer through the ends of a cylindrical cavity on acoustic streaming and gas temperature. *Mathematics*, 2023, vol. 11, no. 8, art. 1840. <https://doi.org/10.3390/math11081840>.
16. Gubaidullin A.A., Pyatkova A.V. Specificities of heat transfer in a vibrating cylindrical cavity at the transition of the exposure frequency through resonance. *Lobachevskii J. Math.*, 2022, vol. 43, no. 5, pp. 1069–1075. <https://doi.org/10.1134/S1995080222080121>.
17. Gubaidullin A.A., Pyatkova A.V. Acoustic streaming under thermal boundary conditions of the third kind. *Acoust. Phys.*, 2018, vol. 64, no. 3, pp. 280–286. <https://doi.org/10.1134/S1063771018030077>.
18. Patankar S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Ser. in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences. Minkowycz W.J., Sparrow E.M. (Eds.). Washington, DC, New York, NY, London, Hemisphere, 1980. xiii, 197 p.

### Информация об авторах

**Амир Анварович Губайдуллин**, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук; профессор кафедры прикладной и технической физики, Тюменский государственный университет

E-mail: [a.a.gubaidullin@yandex.ru](mailto:a.a.gubaidullin@yandex.ru)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6231-6508>

**Анна Владимировна Пяткова**, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук; доцент кафедры фундаментальной математики и механики, Тюменский государственный университет

E-mail: [annyakovenko@yandex.ru](mailto:annyakovenko@yandex.ru)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2515-8501>

### Author Information

**Amir A. Gubaidullin**, Dr. Sci. (Physics and Mathematics), Full Professor, Leading Researcher, Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences; Full Professor, Department of Applied and Technical Physics, University of Tyumen

E-mail: [a.a.gubaidullin@yandex.ru](mailto:a.a.gubaidullin@yandex.ru)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6231-6508>

**Anna V. Pyatkova**, Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Researcher, Tyumen Branch of the Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences; Associate Professor, Department of Fundamental Mathematics and Mechanics, University of Tyumen

E-mail: [annyakovenko@yandex.ru](mailto:annyakovenko@yandex.ru)

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2515-8501>

Поступила в редакцию 16.06.2024

Принята к публикации 28.07.2024

Received June 16, 2024

Accepted July 28, 2024