

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

УДК 536.21

doi: 10.26907/2541-7746.2024.4.555-565

ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС В АНИЗОТРОПНЫХ ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ В УСЛОВИЯХ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО НАГРЕВА

Е.Л. Кузнецова, А.А. Орехов, В.Ф. Формалев

Московский авиационный институт, г. Москва, 125993, Россия

Аннотация

Проведено математическое моделирование теплопереноса в анизотропных теплозащитных композиционных материалах (ТКМ) в условиях фазовых превращений связующих ТКМ с образованием пористого коксового остатка и пиролизных газов, фильтрующихся к наружной границе сквозь пористый остаток. В математической модели использованы идентифицированные ранее законы разложения связующих и нелинейной фильтрации, выведенные для произвольных ТКМ. Определены скорость движения и координаты двумерной зоны разложения связующих ТКМ и двумерных областей пористо-газового остатка и первоначальной фазы, разделенных нестационарно подвижной зоной разложения связующих. Во вновь образованной пористо-газовой области решена двумерная нестационарная задача анизотропной теплопроводности с учетом нелинейной анизотропной фильтрации газовой компоненты, а в первоначальной области, не затронутой разложением связующих, – двумерная нестационарная задача анизотропной теплопроводности. Массовая и линейная скорости движения зоны разложения (пиролиза) связующего определены из условий Стефана непрерывности тепловых потоков и температур. Для решения всей комплексной модели использован разработанный ранее экономичный абсолютно устойчивый метод переменных направлений с экстраполяцией. Получены и обсуждены новые результаты.

Ключевые слова: анизотропия, нелинейная фильтрация, тепловой поток, температура, тензор теплопроводности, тензор проницаемости, подвижная зона пиролиза, уравнение анизотропной теплопроводности и фильтрации, численный метод

Введение

Теплозащитные композиционные материалы (ТКМ) состоят из тонковолокнистых нитей наполнителей (асбестовых, стеклянных, углеродных и др.), пропитанных низкотемпературными органическими смолами, разлагающихся (подвергающихся пиролизу) при температурах $\sim 600\text{--}900\text{ К}$ с образованием пористого коксового остатка и пиролизных газов, фильтрующихся через коксовый остаток под действием давления торможения газов в зоне пиролиза. В результате теплота при аэродинамическом нагреве высокоскоростных летательных аппаратов (ЛА) отводится за счет следующих факторов: теплопроводности внутрь конструкции, поглощения теплоемкостью, эндотермических реакций разложения связующих с

образованием пиролизных газов и пористого остатка, фильтрации, вдува пиролизных газов в высокотемпературный пограничный слой, излучения от наружной стенки.

Математическое моделирование всех перечисленных физико-химических процессов в ТКМ при аэродинамическом нагреве частично было рассмотрено в [1]. Закон разложения связующих ТКМ, обходящий трудно формализуемую химическую кинетику разложения связующих, а потому пригодный для большинства ТКМ, разработан в [2], закон нелинейной анизотропной фильтрации пиролизных газов через пористый остаток идентифицирован в [3]. Теплопроводность в изотропных телах была исследована также в работах [4–10], а в анизотропных телах в различных постановках – в работах авторов [11–15]. Экономичные абсолютно устойчивые методы численного решения задач анизотропной теплопроводности предложены в [16, 17]. Такие задачи особенно важны при создании перспективных теплозащитных композиционных материалов для ракетно-космической техники [18, 19].

В настоящей работе рассмотрены математическое моделирование и численные решения задач тепломассопереноса в анизотропных теплозащитных композиционных материалах в условиях фазовых превращений связующих ТКМ с образованием пиролизных газов и пористого остатка, через который газы фильтруются к внешней границе тела, вдуваются в пограничный слой, чем уменьшаются конвективные тепловые потоки к телу.

1. Постановка задачи

В прямоугольной области $l_1 \times l_2$ рассмотрим следующую задачу анизотропного тепломассопереноса в декартовой системе координат xOy .

1. Граничное условие на внешней границе w тела в виде баланса конвективно-кондуктивных, лучистых тепловых потоков и тепловых потоков, поглощаемых за счет возможного уноса массы с наружной границы с тепловым эндотермическим эффектом (эффективной энтальпией материала при уносе массы) Q^* :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\alpha}{c_p}\right)_w (I_e - I_w) - \Lambda \text{grad } T|_w - \varepsilon_w \sigma T_w^4 - (\Pi c_p \rho V)_g T_w = \\ = \dot{m} Q^* (I_e) \eta (T_w - T^*), \quad (x, y) \in w, \quad t > 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $(\alpha/c_p)_w$ определяется формулой [20]

$$\left(\frac{\alpha}{c_p}\right)_w = \left(\frac{\alpha}{c_p}\right)_{w0} - \beta (\rho_g V_g)_w, \quad \beta = 0.56 \left(\frac{M_e}{M}\right)^{0.29} \left(\frac{I_w}{I_e}\right), \quad (2)$$

здесь $(\alpha/c_p)_{w0}$ – относительный коэффициент теплоотдачи при отсутствии вдува пиролизных газов на наружной границе тела w .

2. Граничное условие на внутренней свободной границе тела w_2 в виде баланса конвективно-кондуктивных и лучистых тепловых потоков

$$\begin{aligned} \alpha_{w2} (T_{e2} - T_{w2}) + \Lambda_0 \text{grad } T|_{w2} - \varepsilon_{w2} \sigma T_{w2}^4 = 0, \\ (x, y) \in w_2, \quad t > 0. \end{aligned} \quad (3)$$

3. Уравнение анизотропной теплопроводности в пористом коксовом остатке $(x, y) \in \Omega_{kc}$ с учетом фильтрации

$$c_{eff}(T) \cdot \rho_{eff} \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} (\Lambda_{eff} \text{grad } T) - \Pi (c_p \rho V)_g \text{grad } T, \quad (x, y) \in \Omega_{kc}, \quad t > t_{fn}^{**}, \quad (4)$$

где индекс kc относится к области коксового остатка, а g – к пиролизным газам.

4. Уравнение энергии в зоне разложения связующего $(x, y) \in \Omega_n$ со средней линией f_{w1}

$$c_{eff}(T) \rho_{eff}(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\Lambda_{eff} \text{grad} T) - \dot{\rho}(x, y, t) \cdot Q^{**} - \Pi^{**}(x, y) (c_p \rho V)_g \text{grad} T, \quad (x, y) \in \Omega_n, \quad t > t_{st}^{**}. \quad (5)$$

5. Закон изменения плотности в зоне разложения связующего $y \in [f_{st}^{**}, f_{fn}^{**}]$ идентифицирован в [2]:

$$\rho(|r|, t) = \rho_{st} \frac{t_k}{|r|/|\dot{r}_{cp}| - t} \exp \left\{ \left(\frac{|r|}{|r_{st}^{**}|} \ln(|\bar{r}_{st}^{**}|) \right) \left[\frac{|r_{st}^{**}| \ln \left(\frac{\rho_{fn}}{\rho_{st}} |\bar{r}_{st}^{**}| \right)}{|r_{fn}^{**}| \ln(|\bar{r}_{st}^{**}|)} \right]^{\bar{T}} \right\}. \quad (6)$$

6. Условия непрерывности тепловых потоков и температур на средней границе $y = f^{**}(x) = (f_{st}^{**}(x) + f_{fn}^{**}(x))/2$ зоны пиролиза (условия Стефана):

$$\Lambda(T_{st}^{**}) \text{grad} T|_{f_{st}^{**}+0} - \Lambda(T_{st}^{**}) \text{grad} T|_{f_{st}^{**}-0} = \dot{m}_{st}^{**} Q^{**}; \quad (7)$$

$$T|_{f_{st}^{**}+0} = T|_{f_{st}^{**}-0} = T^{**}, \quad (x, y) \in f_{st}^{**}(x, y, t), \quad t > t_{st}^{**}.$$

7. Уравнение неразрывности пиролизных газов в пористом коксо-газовом остатке:

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \text{div}(\rho_g V_g) = 0, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > t_{fn}^{**}. \quad (8)$$

8. Уравнение состояния пиролизных газов

$$\rho_g = \frac{p_g \bar{M}_g}{R_g T}, \quad (x, y) \in \Omega, \quad t > t_{fn}^{**}. \quad (9)$$

9. Закон нелинейной фильтрации [3]

$$\mathbf{V} = - \frac{K}{\mu_g(T) (1 + \Pi \text{Re}_L)} \text{grad} p. \quad (10)$$

10. Давление на наружной свободной границе $F^*(x, y, t)$ и давление и плотность торможения пиролизных газов в зоне пиролиза:

$$p(x, y)|_{F^*(x, y, t)} = p_w, \quad (x, y) \in F^*(x, y, t);$$

$$(p_0^{**})_g = \frac{(\rho_0^{**})_g \cdot R_g \cdot T_{fn}^{**}}{M_g}, \quad (11)$$

$$[\rho_0^{**}(t)]_g = \int_{r_{st}^{**}}^{r_{fn}^{**}} \Gamma \frac{\partial}{\partial r} [\rho - \rho(r, t)] dr.$$

В соотношениях (1)–(11) введены следующие обозначения: $(\alpha/c_p)_w$ – относительный коэффициент теплоотдачи; I_e, I_w, T, V, Π, Q^* – энтальпии пограничного слоя и стенки, температура, скорость фильтрации, пористость, теплота уноса массы соответственно; $\Lambda, \varepsilon, c_p, \rho, \dot{m}$ – тензор теплопроводности, степень черноты, теплоемкость при постоянном давлении, плотность, массовая скорость уноса массы соответственно; β – коэффициент вдува; V – скорость набегающего потока;

η – функция Хевисайда; \mathbf{r} – радиус-вектор точки в зоне пиролиза; t – время; \dot{m}^{**}, Q^{**} – массовая скорость и теплота разложения связующего ТКМ; \bar{M}_g, R_g – средняя молярная масса и газовая постоянная; K, μ_g, Re_L и p, Γ – тензор проницаемости, динамическая вязкость, фильтрационное число Рейнольдса, давление и коэффициент газации. Индексы e и w соответствуют пограничному слою и стенке, а eff, st и fn означают эффективный, конец и начало; $g, *, **, cp$ и kc – газ, граница уноса массы, зона пиролиза, средняя и коксовый остаток соответственно; 0 – параметры торможения в зоне пиролиза, связующего ТКМ.

2. Метод решения

Комплексная проблема (1)–(11) решалась численно с использованием метода переменных направлений с экстраполяцией МПНЭ, подробно изложенного и обоснованного в [1].

1. До начала фазовых превращений температурное поле в ТКМ определялось как в едином материале.

2. Если температура наружной границы превысит температуру разложения связующего T^{**} , то интерполяцией находились границы области начала $y = f_{st}^{**}(x)$ и окончания $y = f_{fn}^{**}(x)$ разложения (пиролиза) связующего ТКМ с образованием пористого коксового остатка и пиролизных газов, фильтрующихся к наружной границе ($f_{st}^{**} < f_{fn}^{**}$).

3. На средней линии этой зоны $f_{w1} = (f_{st}^{**} + f_{fn}^{**})/2$ с температурой $\bar{T}^{**} = (T_{st}^{**} + T_{fn}^{**})/2$ решалась задача типа Стефана, из решения которой определялись массовая $\dot{m}^{**}(t)$ и линейная $\dot{y}^{**}(t)$ скорости движения границы и всей зоны пиролиза, а по ним – новая граница, разделяющая пористо-газовую область и область, незатронутую разложением.

4. В пористой области решалась задача анизотропной фильтрации пиролизных газов со вдувом их в пограничный слой.

5. В пористой области решались задача анизотропной теплопроводности с учетом неизотермической анизотропной фильтрации и подвижной границы $y = f^{**}(x)$, а также задача анизотропной теплопроводности в области, незатронутой разложением связующего.

6. Решалась задача Стефана на подвижной границе $w1$.

7. Результатом были нестационарные двумерные температурные поля в обеих областях и двумерная подвижная граница $y = f^{**}(x)$.

3. Результаты численного моделирования

На рис. 1 и 2 приведены некоторые результаты расчетов тепломассопереноса по математической модели (1)–(11) в прямоугольной области $l_1 \times l_2$.

Для расчетов были приняты следующие входные данные: $l_1 = 0.15$ м; $l_2 = 0.05$ м; $T_0 = 300$ К=const; $T_{wi} = 300$ К, $i = 2, 3, 4$; $c^{(1)} = 1$ кДж/кг·К; $\rho^{(1)} = 2500$ кг/м³; $c^{(2)} = 0.5$ кДж/кг·К; $\rho^{(2)} = 2500$ кг/м³; $T^{**} = 800$ К; $Q^{**} = 1000$ Дж/кг; $\lambda_{\xi}^{(1)} = 1$ кВт/м·К; $\lambda_{\eta}^{(1)} = 0.5$ кВт/м·К; $\varphi = \pi/4$; $\lambda_{\xi}^{(2)} = \lambda_{\eta}^{(2)} = 1$ кВт/м·К, где индекс (2) относится к прореагировавшей фазе, а (1) – к исходной фазе.

Коэффициент теплоотдачи α_{w1} и температура пограничного слоя T_{e1} заданы в табл. 1.

Табл. 1

$x, \text{ м}$	0	0.03	0.06	0.075	0.09	0.12	0.15
$\alpha_w, \text{ кВт/м}^2 \cdot \text{К}$	1.0	2.0	4.8	5.0	4.8	2.0	1.0
$T_e, \text{ К}$	1000	3400	4800	5000	4800	3500	1000

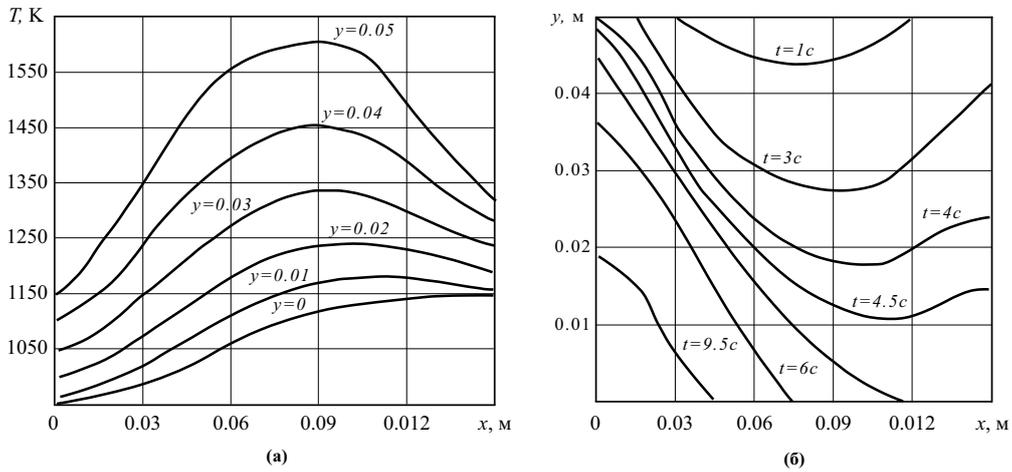


Рис. 1. Динамика движения подвижной границы фазовых превращений анизотропного ТКМ (а) и температурное поле (б)

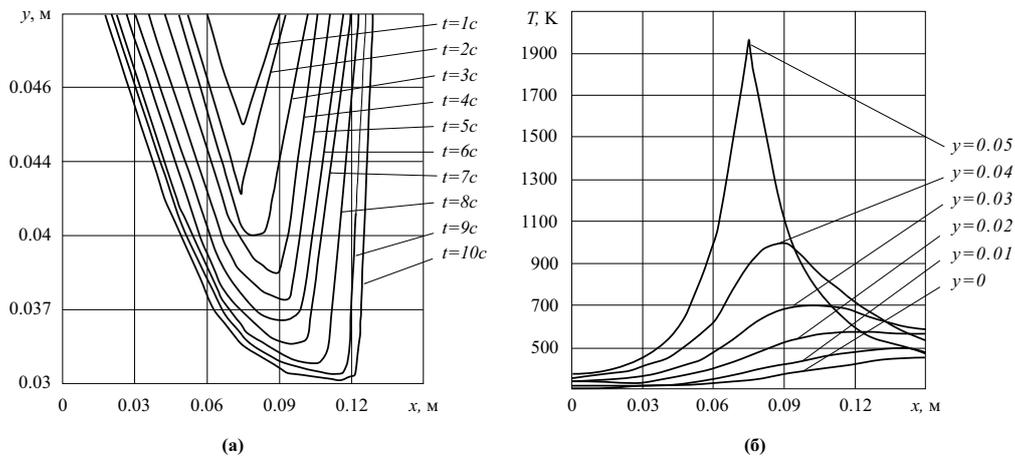


Рис. 2. Динамика движения подвижной границы фазовых превращений анизотропного ТКМ (а) и температурное поле (б)

Здесь тензор теплопроводности имеет вид

$$\begin{pmatrix} \lambda_{xx} & \lambda_{xy} \\ \lambda_{yx} & \lambda_{yy} \end{pmatrix} = \Lambda,$$

$$\lambda_{xx} = \lambda_{\xi} \cos^2 \varphi + \lambda_{\eta} \sin^2 \varphi; \lambda_{yy} = \lambda_{\xi} \sin^2 \varphi + \lambda_{\eta} \cos^2 \varphi; \lambda_{xy} = \lambda_{yx} = (\lambda_{\xi} - \lambda_{\eta}) \sin \varphi \cos \varphi.$$

На рис. 1 (а) показано температурное поле в конечный момент времени $t = 10$ с, а на рис. 1 (б) – динамика движения срединной линии $y(x)$ зоны пиролиза связующего ТКМ. Из рисунка видно, что при симметричном относительно $x = l_1/2$ тепловом нагружении наблюдается существенная несимметрия температурного поля и границ фазовых превращений. Максимумы температурных краевых и минимумы подвижной границы фазовых превращений сдвигаются в направлении большего коэффициента тензора теплопроводности.

На рис. 2 приведены результаты решения задачи типа Стефана в анизотропном ТКМ в условиях, когда тепловой поток действует в точке $l_1/2$. При этом $\alpha_w = 5 \text{ кВт/м}^2 \cdot \text{К}$, $T_e = 10^4 \text{ К}$,

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.25 \\ 0.25 & 0.2 \end{pmatrix}.$$

Интересно отметить, что не только минимумы температурного поля и максимумы подвижной границы сдвигаются в направлении большего компонента тензора теплопроводности, но и тот факт, что на больших глубинах температура на большей глубине становится выше температуры на меньшей глубине тела.

Заключение

Представлены математическая модель и метод численного решения двумерной нестационарной задачи тепломассопереноса в теплозащитных композиционных материалах (ТКМ) в условиях фазовых превращений связующих ТКМ с образованием пористого коксового остатка и газовой компоненты, фильтрующейся через пористый остаток к наружной границе со вдувом ее в пограничный слой. В пористо-газовой области решена задача анизотропной теплопроводности и анизотропной фильтрации. Определены скорости движения и координаты узкой зоны разложения связующего ТКМ на основе баланса, подводимых к зоне и отводимых от нее. Математическое моделирование проведено на основе разработанных ранее универсального закона разложения связующих ТКМ произвольных материалов и закона нелинейной анизотропной фильтрации. Получены многочисленные численные результаты относительно координат средней линии зоны пиролиза и нестационарных полей в пористо-газовой анизотропной области и в анизотропной области, незатронутой разложением связующего.

Благодарности. Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РНФ № 23-19-00680, <https://rscf.ru/project/23-19-00680>.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Литература

1. *Формалев В.Ф., Кузнецова Е.Л.* Тепломассоперенос в анизотропных телах при аэрогазодинамическом нагреве. М.: МАИ-ПРИНТ. 2010. 308 с.
2. *Kuznetsova E.L., Makarenko A.V.* Nonlinear filtration of pyrolytic gases in thermal decomposition of heat-shielding composite binders // Russ. Eng. Res. 2023. V. 43, No 11. P. 1430–1433. <https://doi.org/10.3103/S1068798X23110187>.
3. *Кузнецова Е.Л.* Метод определения плотности теплозащитных композиционных материалов в зоне термического разложения их связующих при высоких температурах // МКМК. 2023. Т. 29, № 3. С. 382–389. <https://doi.org/10.33113/mkmk.ras.2023.29.03.05>.

4. *Орехов А.А., Рабинский Л.Н., Федотенков Г.В.* Фундаментальные решения уравнений классической и обобщенной моделей теплопроводности // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2023. Т. 165, № 4. С. 404–414. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2023.4.404-414>.
5. *Fedotenkov G.V., Rabinskiy L.N., Lurie S.A.* Conductive heat transfer in materials under intense heat flows // *Symmetry*. 2022. V. 14, No 9. Art. 1950. <https://doi.org/10.3390/sym14091950>.
6. *Dobryanskiy V.N., Fedotenkov G.V., Orekhov A.A., Rabinskiy L.N.* Estimation of finite heat distribution rate in the process of intensive heating of solids // *Lobachevskii J. Math.* 2022. V. 43, No 7. P. 1832–1841. <https://doi.org/10.1134/S1995080222100079>.
7. *Orekhov A.A., Rabinskiy L.N., Fedotenkov G.V.* Analytical model of heating an isotropic half-space by a moving laser source with a Gaussian distribution // *Symmetry*. 2022. V. 14, No 9. Art. 650. <https://doi.org/10.3390/sym14040650>.
8. *Rabinskiy L.N., Tushavina O.V., Starovoitov E.I.* Study of thermal effects of electromagnetic radiation on the environment from space rocket activity // *INCAS Bull.* 2020. V. 12. P. 141–148. <https://doi.org/10.13111/2066-8201.2020.12.S.13>.
9. *Orekhov A.A., Rabinskiy L.N., Fedotenkov G.V., Hein T.Z.* Heating of a half-space by a moving thermal laser pulse source // *Lobachevskii J. Math.* 2021. V. 42, No 8. P. 1912–1919. <https://doi.org/10.1134/S1995080221080229>.
10. *Dobryanskiy V.N., Fedotenkov G.V., Orekhov A.A., Rabinskiy L.N.* Generalized unsteady thermal conductivity in a half-space // *Lobachevskii J. Math.* 2023. V. 44, No 10. P. 4429–4437. <https://doi.org/10.1134/S1995080223100086>.
11. *Kriven G., Kuznetsova E., Rabinskiy L.* The study of the temperature field propagation in a nonlinear anisotropic space with the relaxation time of the heat flux // *AIP Conf. Proc.* 2023. V. 2910. Art. 020204. <https://doi.org/10.1063/5.0167863>.
12. *Formalev V.F., Kolesnik S.A., Garibyan B.A.* Heat and mass transfer in composites with thermal waves due to phase transitions // *Russ. Eng. Res.* 2024. V. 44, No 5. P. 701–704. <https://doi.org/10.3103/S1068798X24700898>.
13. *Formalev V.F., Garibyan B.A., Orekhov A.A.* Mathematical modeling of heat transfer in anisotropic half-space based on the generalized parabolic wave heat transfer equation // *Lobachevskii J. Math.* 2022. V. 43, No 7. P. 1842–1849. <https://doi.org/10.1134/S1995080222100110>.
14. *Формалев В.Ф., Гарибян Б.А., Колесник С.А.* Моделирование тепломассопереноса в теплозащитных композиционных материалах в условиях фазовых превращений при высоких температурах // *ИФЖ*. 2024. Т. 97, № 2. С. 404–412. Formalev V.F., Garibyan B.A., Kolesnik S.A.
15. *Формалев В.Ф., Колесник С.А., Гарибян Б.А.* Теплоперенос с поглощением в анизотропной тепловой защите высокотемпературных изделий // *Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Ест. науки*. 2019. № 5. С. 35–49. <http://dx.doi.org/10.18698/1812-3368-2019-5-35-49>.
16. *Кузнецова Е.Л.* Разработка математического аппарата численно-аналитического решения уравнений со смешанными производными и его применение к математическому моделированию тепломассопереноса: автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М.: МАИ, 2011. 36 с.
17. *Кузнецова Е.Л.* Математическое моделирование тепломассопереноса в композиционных материалах при высокотемпературном нагреве в элементах ракетно-космической техники / под ред. В.Ф. Формалева. М.: МАИ, 2010. 160 с.
18. *Тушавина О.В., Егорова М.С.* Задачи тепломассопереноса в химически реагирующих пограничных слоях на затупленных телах // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2023. Т. 165, № 3. С. 294–306. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2023.3.294-306>.

19. *Tushavina O.V., Paleshkin A.V., Pronina P.F., Shemetova E.V.* Modeling the thermal state of small spacecraft: Errors due to incorrect assessment of the thermal environment // Russ. Eng. Res. 2023. V. 43, No 11. P. 1452–1456.
<https://doi.org/10.3103/S1068798X23110291>.
20. *Авдусевский В.С., Галицкий Б.М., Глебов Г.А. и др.* Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике. М.: Машиностроение. 1975. 624 с.

Поступила в редакцию 20.07.2024

Принята к публикации 4.10.2024

Кузнецова Екатерина Львовна, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры «Математика»

Московский авиационный институт

Волоколамское ш., д. 4, г. Москва, 125993, Россия

E-mail: lareyna@mail.ru

Орехов Александр Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Проектирование сложных технических систем»

Московский авиационный институт

Волоколамское ш., д. 4, г. Москва, 125993, Россия

E-mail: orekhovaa2@mail.ru

Формалев Владимир Федорович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Вычислительная математика и программирование»

Московский авиационный институт

Волоколамское ш., д. 4, г. Москва, 125993, Россия

E-mail: formalev38@yandex.ru

ISSN 2541–7746 (Print)

ISSN 2500–2198 (Online)

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)

2024, vol. 166, no. 4, pp. 555–565

ORIGINAL ARTICLE

doi: 10.26907/2541-7746.2024.4.555-565

Heat and Mass Transfer in Anisotropic Heat-Protective Composite Materials under Aerodynamic Heating

*E.L. Kuznetsova**, *A.A. Orekhov***, *V.F. Formalev****

Moscow Aviation Institute, Moscow 125993 Russia

E-mail: **lareyna@mail.ru*, ***orekhovaa2@mail.ru*, ****formalev38@yandex.ru*

Received July 20, 2024; Accepted October 4, 2024

Abstract

This article presents a mathematical model of heat and mass transfer in anisotropic heat-protective composite materials (HPCM) during phase transformations of HPCM binders with the formation of a porous coke residue and pyrolysis gases filtering through the residue to

the outer boundary. Using known binder decomposition and nonlinear filtration laws for random HPCMs, the model determines the velocity and coordinates of the two-dimensional HPCM binder decomposition zone, as well as the two-dimensional regions of the porous-gas residue and the initial phase, which are unsteadily separated by a moving zone of binder decomposition. In the newly formed porous-gas region, a two-dimensional unsteady problem of anisotropic heat conduction was solved taking into account nonlinear anisotropic gas filtering. In the initial region unaffected by the binder decomposition, a two-dimensional unsteady problem of anisotropic heat conduction was solved. The mass and linear velocities of the binder decomposition (pyrolysis) zone were calculated from Stefan conditions for heat flow and temperature continuity. The complex model was solved by the previously developed effective and absolutely stable method of alternating directions with extrapolation. New results were obtained and discussed.

Keywords: anisotropy, nonlinear filtration, heat flow, temperature, heat conductivity tensor, permeability tensor, moving pyrolysis zone, anisotropic heat conduction and filtration equation, numerical method

Acknowledgments. This study was supported by the Russian Science Foundation (project no. 23-19-00680, <https://rscf.ru/project/23-19-00680>).

Conflicts of Interest. The authors declare no conflicts of interest.

Figure Captions

Fig. 1. Dynamics of the moving boundary of phase transformations of the anisotropic HPCM (a) and the associated temperature field (b).

Fig. 2. Dynamics of the moving boundary of phase transformations of the anisotropic HPCM (a) and the associated temperature field (b).

References

1. Formalev V.F., Kuznetsova E.L. *Teplomassoperenos v anizotropnykh telakh pri aerogazodinamicheskom nagreve* [Heat and Mass Transfer in Anisotropic Bodies under Aerodynamic Heating]. Moscow, MAI-PRINT, 2010. 308 p. (In Russian)
2. Kuznetsova E.L., Makarenko A.V. Nonlinear filtration of pyrolytic gases in thermal decomposition of heat-shielding composite binders. *Russ. Eng. Res.*, 2023, vol. 43, no. 11, pp. 1430–1433. <https://doi.org/10.3103/S1068798X23110187>.
3. Kuznetsova E.L. A method for the determination of the mass density of heat protective composite materials in the domain of thermal destruction of binding agents under high temperatures. *Mekh. Kompoz. Mater. Konstr.*, 2023, vol. 29, no. 3, pp. 382–389. <https://doi.org/10.33113/mkmm.ras.2023.29.03.05>. (In Russian)
4. Orekhov A.A., Rabinskiy L.N., Fedotenkov G.V. Fundamental solutions of the equations of classical and generalized heat conduction models. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2023, vol. 165, no. 4, pp. 404–414. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2023.4.404-414>.
5. Fedotenkov G.V., Rabinskiy L.N., Lurie S.A. Conductive heat transfer in materials under intense heat flows. *Symmetry*, 2022, vol. 14, no. 9, art. 1950. <https://doi.org/10.3390/sym14091950>.
6. Dobryanskiy V.N., Fedotenkov G.V., Orekhov A.A., Rabinskiy L.N. Estimation of finite heat distribution rate in the process of intensive heating of solids. *Lobachevskii J. Math.*, 2022, vol. 43, no. 7, pp. 1832–1841. <https://doi.org/10.1134/S1995080222100079>.

7. Orekhov A.A., Rabinskiy L.N., Fedotenkov G.V. Analytical model of heating an isotropic half-space by a moving laser source with a Gaussian distribution. *Symmetry*, 2022, vol. 14, no. 4, art. 650. <https://doi.org/10.3390/sym14040650>.
8. Rabinskiy L.N., Tushavina O.V., Starovoitov E.I. Study of thermal effects of electromagnetic radiation on the environment from space rocket activity. *INCAS Bull.*, 2020, vol. 12, pp. 141–148. <https://doi.org/10.13111/2066-8201.2020.12.S.13>.
9. Orekhov A.A., Rabinskiy L.N., Fedotenkov G.V., Hein T.Z. Heating of a half-space by a moving thermal laser pulse source. *Lobachevskii J. Math.*, 2021, vol. 42, no. 8, pp. 1912–1919. <https://doi.org/10.1134/S1995080221080229>.
10. Dobryanskiy V.N., Fedotenkov G.V., Orekhov A.A., Rabinskiy L.N. Generalized unsteady thermal conductivity in a half-space. *Lobachevskii J. Math.*, 2023, vol. 44, no. 10, pp. 4429–4437. <https://doi.org/10.1134/S1995080223100086>.
11. Kriven G., Kuznetsova E., Rabinskiy L. The study of the temperature field propagation in a nonlinear anisotropic space with the relaxation time of the heat flux. *AIP Conf. Proc.*, 2023, vol. 2910, art. 020204. <https://doi.org/10.1063/5.0167863>.
12. Formalev V.F., Kolesnik S.A., Garibyan B.A. Heat and mass transfer in composites with thermal waves due to phase transitions. *Russ. Eng. Res.*, 2024, vol. 44, no. 5, pp. 701–704. <https://doi.org/10.3103/S1068798X24700898>.
13. Formalev V.F., Garibyan B.A., Orekhov A.A. Mathematical modeling of heat transfer in anisotropic half-space based on the generalized parabolic wave heat transfer equation. *Lobachevskii J. Math.*, 2022, vol. 43, no. 7, pp. 1842–1849. <https://doi.org/10.1134/S1995080222100110>.
14. Formalev V.F., Garibyan B.A., Kolesnik S.A. Modeling of heat and mass transfer in thermoprotective composite materials under conditions of phase transformations at high temperatures. *J. Eng. Phys. Thermophys.*, 2024, vol. 97, no. 2, pp. 397–405. <https://doi.org/10.1007/s10891-024-02905-2>.
15. Formalev V.F., Kolesnik S.A., Garibyan B.A. Heat transfer with absorption in anisotropic thermal protection of high-temperature products. *Vestn. MGTU im. N.E. Bauman. Ser. Est. Nauki*, 2019, no. 5, pp. 35–49. <http://dx.doi.org/10.18698/1812-3368-2019-5-35-49>. (In Russian)
16. Kuznetsova E.L. Developing mathematical methods for numerical and analytical solution of equations with mixed derivatives and using them for heat and mass transfer modeling. *Extended Abstract of Doct. Phys.-Math. Sci. Diss.* Moscow, MAI, 2011. 36 p. (In Russian)
17. Kuznetsova E.L. *Matematicheskoe modelirovanie teplomassoperenosa v kompozitsionnykh materialakh pri vysokotemperaturnom nagreve v elementakh raketno-kosmicheskoi tekhniki* [Mathematical Modeling of Heat and Mass Transfer in Composite Materials at High-Temperature Heating in the Elements of Rocket and Space Technique]. Formalev V.F. (Ed.). Moscow, MAI, 2010. 160 p. (In Russian)
18. Tushavina O.V., Egorova M.S. Problems of heat and mass transfer in chemically reacting boundary layers on blunted bodies. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2023, vol. 165, no. 3, pp. 294–306. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2023.3.294-306>.
19. Tushavina O.V., Paleshkin A.V., Pronina P.F., Shemetova E.V. Modeling the thermal state of small spacecraft: Errors due to incorrect assessment of the thermal environment. *Russ. Eng. Res.*, 2023, vol. 43, no. 11, pp. 1452–1456. <https://doi.org/10.3103/S1068798X23110291>.

20. Avduevskii V.S., Galitseiskii B.M., Glebov G.A., et al. *Osnovy teploperedachi v aviatsionnoi i raketno-kosmicheskoi tekhnike* [Fundamentals of Heat Transfer in Aviation and Space Engineering]. Moscow, Mashinostroenie, 1975. 624 p. (In Russian)
-

Для цитирования: Кузнецова Е.Л., Орехов А.А., Формалев В.Ф. Тепло-
перенос в анизотропных теплозащитных композиционных материалах в условиях
аэродинамического нагрева // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2024.
Т. 166, кн. 4. С. 555–565. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2024.4.555-565>.

For citation: Kuznetsova E.L., Orekhov A.A., Formalev V.F. Heat and mass transfer
in anisotropic heat-protective composite materials under aerodynamic heating. *Uchenye*
Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki, 2024, vol. 166,
no. 4, pp. 555–565. <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2024.4.555-565>. (In Russian)