

ОРИГИНАЛЬНАЯ СТАТЬЯ

УДК 539.5

doi: 10.26907/2541-7746.2023.3.219-235

О ВЛИЯНИИ НАПРЯЖЕНИЙ НА НЕРАВНОВЕСНУЮ ВЯЗКОСТЬ СТЕКОЛ

У. П. Карасева, А. Б. Фрейдин

Институт проблем машиноведения РАН, г. Санкт-Петербург, 199178, Россия

Аннотация

Обсуждены два процесса, связанных с релаксацией структуры стеклообразного материала. Один процесс порождает релаксацию напряжений. Второй, более медленный процесс связан с релаксацией структуры к равновесному состоянию, он продолжается и после релаксации напряжений и описан изменением фиктивной температуры. Оба процесса приводят к изменению коэффициента вязкости. В настоящей работе проведен анализ модели неравновесной вязкости с учетом обоих процессов релаксации и продемонстрирована важность учета напряжений при моделировании вязкоупругого поведения стеклообразного материала на примере решения задачи описания релаксации напряжений в пластине под действием температурных напряжений.

Ключевые слова: релаксация напряжений, модели вязкости, фиктивная температура, неравновесность структуры, температурные напряжения

Введение

Применение моделей с изменяющимся коэффициентом вязкости является актуальным способом моделирования поведения материалов. Иногда в расчетах используют прямую зависимость вязкости от времени, однако эта зависимость должна следовать из зависимости вязкости от напряжений и/или релаксирующих параметров структуры. Примерами материалов, вязкость которых зависит от напряжений, являются диоксид кремния [1], возникновение которого исследовалось в химической реакции окисления кремния, и литизированный кремний, возникающий в литий-ионных батареях [2]. В результате возникает новый материал, изменяется реология. Релаксирующие напряжения при этом могут влиять на вязкость через инварианты тензора напряжений или комбинации инвариантов [3]. С другой стороны, причиной изменения вязкости стеклообразных материалов является неравновесность микроструктуры, которая, релаксируя к равновесному состоянию, изменяет коэффициент вязкости [4]. В этом случае вязкое деформирование материалов может быть описано моделями с изменяющимся коэффициентом вязкости, зависящим от фиктивной температуры, характеризующей степень неравновесности структуры (см., например, [5–7]).

Процессы релаксации также имеют большое практическое значение для различных высокотехнологичных применений стекла [8]. Например, характеристики стекла для жидкокристаллических дисплеев определяются объемной релаксацией, то есть уплотнением [9, 10]. Это особенно важно для высокопроизводительных дисплеев, где малый размер пикселей приводит к ужесточению требований к уплотнению стекла во избежание смещения пикселей [11].

Одним из широко используемых методов упрочнения стекол является ионный обмен [12], при котором вследствие обмена ионами в приповерхностных слоях стекла и внедрения ионов большего размера возникают сжимающие напряжения. Однако возникающие напряжения релаксируют, в связи с чем для применения упрочненных стекол важно знать реальные значения остаточных напряжений. Температура ионного обмена оказывается существенно ограниченной релаксацией возникающих напряжений [13–16]. Релаксация также оказывает большое влияние на кинетику процесса взаимной диффузии [17–20].

Внутренняя устойчивость к повреждениям некоторых составов стекол также в значительной степени зависит от степени их неравновесности [21–23]. В затухании сигнала в оптическом волокне для телекоммуникаций доминирует рэлеевское рассеяние, которое является сложной немонотонной функцией тепловой истории стекла и может быть оптимизировано путем надлежащего управления процессом релаксации структуры стекла [24–26].

К настоящему времени хорошо изучены модели вязкости, зависящей от фиктивной температуры, проведен их сравнительный анализ. Также имеются модели нелинейной вязкости, зависящей от напряжений. Однако не рассматривались одновременно учет влияния напряжения и фиктивной температуры на релаксацию напряжений и поведение вязкости. В связи с этим в работе проведен анализ модели с изменяющимся коэффициентом вязкости с учетом обоих процессов релаксации.

Статья организована следующим образом. В следующем разделе приведены определяющие соотношения. Затем дано определение фиктивной температуры и описана модель вязкости. Далее решена задача о распределении и релаксации температурных напряжений в пластине, являющихся аналогом напряжений, возникающих в процессе ионного обмена.

1. Определяющие соотношения

Для стандартной модели вязкоупругого материала (материала Пойнтинга–Томпсона [27], рис. 1) была исследована задача описания релаксации температурных напряжений с коэффициентом вязкости, зависящим от напряжений и фиктивной температуры. Исследуемая нами модель вязкости будет описана в следующих разделах.

Так как

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon} &= \mathbf{e} + \frac{\vartheta}{3}\mathbf{I}; \quad \mathbf{e} = dev \boldsymbol{\varepsilon}; \quad \vartheta = tr \boldsymbol{\varepsilon}; \\ \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{s} + \sigma \mathbf{I}; \quad \mathbf{s} = dev \boldsymbol{\sigma}; \quad \sigma = \frac{tr \boldsymbol{\sigma}}{3}; \\ \mathbf{s}_I &= 2\mu_1 \mathbf{e}_1; \quad \mathbf{s}_{II} = 2\mu_2 \mathbf{e}_2 = \eta \dot{\mathbf{e}}^\eta; \\ \dot{\mathbf{e}} &= \dot{\mathbf{e}}_1 = \dot{\mathbf{e}}_2 + \dot{\mathbf{e}}^\eta; \quad \mathbf{s} = \mathbf{s}_I + \mathbf{s}_{II};\end{aligned}$$

где $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор деформаций, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений, то определяющее соотношение, связывающее девиаторы тензоров деформаций и напряжений, имеет следующий вид

$$\left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_2}\right) \dot{\mathbf{e}} + 2\frac{\mu_1}{\eta} \mathbf{e} = \frac{\dot{\mathbf{s}}}{2\mu_2} + \frac{\mathbf{s}}{\eta}. \quad (1)$$

Объемная деформация ϑ и гидростатическая составляющая тензора напряжений σ связаны законом

$$\sigma = K\vartheta, \quad (2)$$

где K – объемный модуль упругости.

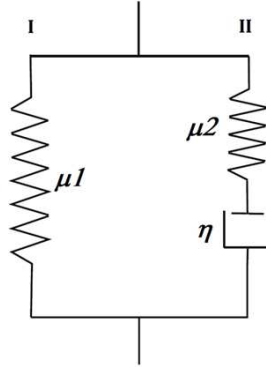


Рис. 1. Стандартная модель вязкоупругого материала

2. Фиктивная температура

Термодинамика определяет стеклообразное состояние как неравновесное состояние метастабильной жидкости с замороженной структурой [28, 29]. Для описания степени неравновесности структуры Тулом в 1946 г. [30] было введено понятие фиктивной температуры. По Тулу, величина T_f образца исследуемого вещества равна величине фактической температуры образца этого вещества, имеющего ту же структуру, что и исследуемый образец, но находящегося в равновесии. Следовательно, вещество, находящееся в равновесном состоянии, всегда имеет $T_f = T$, и для полной характеристики такого вещества в изобарических условиях достаточно знать его температуру T . У вещества в неравновесном состоянии $T_f \neq T$, и состояние вещества должно характеризоваться двумя параметрами T и T_f . Их соотношение определяет степень неравновесности текущего состояния [28].

Иными словами, если стеклообразный материал находится в состоянии термодинамического равновесия при постоянном давлении, то любое свойство P однозначно определяется температурой вещества. Для неравновесного состояния это не так: при одной и той же температуре свойство может быть различным, что может быть связано с возможностью различных неравновесных структур при данной температуре. В этом случае фиктивная температура есть количественная характеристика степени неравновесности, величина которой может быть установлена по величине свойства P [28].

Известно, что в стеклообразном состоянии структура вещества заморожена (то есть не зависит ни от температуры, ни от времени), следовательно, $T_f = \text{const}$. Значит, если на диаграмме свойство–температура (рис. 2) через точку, характеризующую свойство исследуемого образца, провести температурную зависимость свойства, характерную для данного вещества в стеклообразном состоянии, то все точки на ней будут соответствовать одной и той же структуре. Далее найдем точку пересечения этой зависимости с равновесной зависимостью свойства от температуры. Температура, соответствующая данной точке пересечения, и будет считаться искомой величиной T_f .

Таким образом, с помощью T_f можно полностью описать структурные особенности образца, от которых зависят все свойства вещества. И хотя величина T_f определялась с помощью какого-то одного произвольно выбранного свойства, ее можно использовать при расчете любых интересующих нас свойств образца.

Однако структурное состояние стеклообразного вещества не может быть описано на основе предположения о наличии в веществе только одного релаксацион-

ного процесса. Это означает, что для описания состояния стеклообразного вещества недостаточно одного внутреннего параметра, следовательно, и одной T_f . В этом случае для количественного описания явления используется представление о нескольких фиктивных температурах T_{fi} , сумма которых и характеризует действительное структурное состояние вещества. Подробнее об этом сказано в следующем разделе.

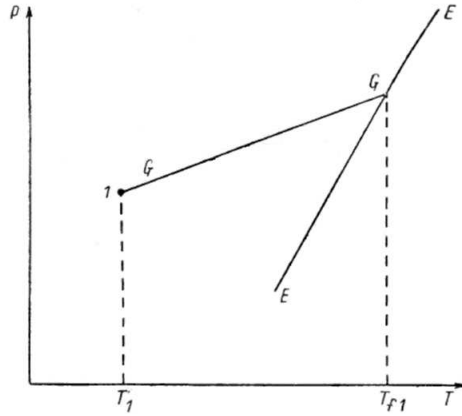


Рис. 2. Графический способ определения фиктивной температуры T_f . EE – равновесная зависимость свойства, GG – зависимость свойства, характерная для вещества в стеклообразном состоянии [28]

3. Модель вязкости неравновесного стеклообразного материала, зависящей от фиктивной температуры

Существует несколько моделей для описания зависимости вязкости $\eta(T, T_f)$ от текущей и фиктивной температур, включая классические модели Нараянасами [5] и Мазурина с соавторами [6]. Однако было показано, что модель Мауро–Аллана–Потузака (МАР) [7] дает преимущества при описании зависимости вязкости как от фактической, так и от фиктивной температур с использованием унифицированного набора параметров. В связи с этим в данной работе именно эта модель использовалась в качестве исходной. Примем, что

$$\eta(T, T_f) = (\eta_{eq}(T_f))^x (\eta_{ne}(T, T_f))^{1-x}. \quad (3)$$

Здесь T – фактическая температура, T_f – фиктивная температура (температура, при которой текущее состояние микроструктуры материала было бы равновесным), параметр x характеризует степень неравновесности и определяется формулой

$$x = \left(\frac{T}{T_f} \right)^p, \quad (4)$$

где p – параметр материала; $\eta_{eq}(T_f)$ и $\eta_{ne}(T, T_f)$ – вязкость равновесного состояния при температуре T_f и добавка к равновесной вязкости, характеризующая вклад неравновесности, определяются формулами

$$\lg \frac{\eta_{eq}(T_f)}{\eta_\infty} = \frac{C}{T_f} \exp \left(\frac{D}{T_f} \right); \quad \lg \frac{\eta_{ne}(T, T_f)}{A} = \lg \exp \left(\frac{\Delta H}{kT} \right) - BT_f, \quad (5)$$

где η_∞ – экстраполированная вязкость при бесконечной фиктивной температуре, k – постоянная Больцмана, C, D – параметры материала (см. подробнее в [31]).

Величины, входящие во вторую из формул (5), имеют следующий смысл. A – подгоночный параметр, имеющий смысл вязкости стекла в пределе $T_f \rightarrow 0$, $T \rightarrow \infty$. Здесь подразумевается, что измерение вязкости происходит мгновенно, то есть стекло приходит в равновесное состояние при $T \rightarrow 0$ и мгновенно доводится до $T \rightarrow \infty$, и в этот момент, прежде чем стекло начнет релаксировать при высокой температуре, измеряется его вязкость.

B – наклон касательной к кривой зависимости вязкость–фиктивная температура при фиксированной температуре T . Хотя описание фиктивной температуры стекла не является строгим (даже при использовании континуума фиктивных температур), это удобный параметр для моделирования зависимости таких свойств стекла, как вязкость, от термической истории. Два стекла одного и того же состава при одинаковых температуре и давлении будут демонстрировать различное поведение при вязком течении в зависимости от их термической истории. Стекло, охлажденное быстрее, раньше начинает стеклование, поскольку в процессе охлаждения проходит меньше времени для установления равновесия по сравнению с медленно охлаждаемой системой. Это приводит к более высокой фиктивной температуре для стекла с более быстрым охлаждением. Стекла с более высокой фиктивной температурой обладают меньшей вязкостью.

ΔH – энтальпия активации релаксационного процесса, постоянная для данного стекла. Для начала релаксационного процесса требуется преодолеть активационный барьер ΔH .

Как было отмечено выше, структурное состояние стеклообразного вещества не может быть описано на основе предположения о наличии только одного релаксационного процесса, что было показано в экспериментах Ритланда [32]. В связи с этим Нараянасами [5] предложил описывать неравновесное состояние стекла, используя несколько фиктивных температур T_{fi} . В этом случае средняя фиктивная температура [33]

$$T_f = \sum_{i=1}^n w_i T_{fi}, \quad (6)$$

где весовые коэффициенты w_i определяются аппроксимацией ряда Прони растянутой экспоненциальной функцией

$$\exp(-x^b) \approx \sum_{i=1}^n w_i \exp(-K_i x), \quad (7)$$

где $x \equiv t/\tau$, а весовые коэффициенты удовлетворяют условию $\sum_{i=1}^n w_i = 1$. Иными словами, с каждым отдельным членом ряда Прони связана одна компонента фиктивной температуры T_{fi} .

Показатель растянутой экспоненты характеризуется коэффициентом $0 < b \leq 1$. При $b = 1$ получается простая экспонента, которая описывает максвелловский закон релаксации с одним постоянным временем релаксации ($L(t) = L_0 \exp(-t/\tau)$, где L – любое свойство, связанное со структурой).

Появление дробной экспоненты с $b < 1$ при описании кинетических закономерностей указывает на присутствие нескольких путей для релаксации структуры, каждый из которых характеризуется своим временем релаксации, то есть существует спектр времен релаксации. Основная идея, объясняющая существование спектра времен релаксаций, состоит в том, что различным фрагментам стекла, отличающимся по составу и структуре, можно приписать свои времена релаксации. Из-за того, что время структурной релаксации не единственное, структура стекла замораживается в некотором интервале температур, а само стеклование размыто [29].

Согласно модели Филлипса показатель растянутой экспоненты связан с размерностью путей релаксации следующим образом [34]:

$$b = \frac{d^*}{d^* + 2}, \quad (8)$$

где размерность путей релаксации определена как $d^* = df$, d – размерность системы, f – доля путей релаксации, активированных для конкретного изучаемого процесса. Например, в случае трехмерного стеклянного тела, в котором активированы все пути релаксации ($d = 3$, $f = 1$), показатель растянутой экспоненты $b = 3/5$ [35]. Эта величина и будет использована далее.

Релаксационное поведение стекла может быть рассчитано в терминах релаксации отдельных фиктивных температурных компонент с помощью набора из N связанных дифференциальных уравнений первого порядка [36]:

$$\frac{dT_{fi}}{dt} = \frac{T(t) - T_{fi}(t)}{\tau_i [T(t), T_f(t)]}, \quad i = \{1, \dots, N\}. \quad (9)$$

Здесь $T(t)$ – температурная история, которую в данной работе мы примем постоянной, $T = \text{const}$. Времена релаксации τ_i в уравнении (9) вычисляются как

$$\tau_i(T, T_f) = \tau(T, T_f) / K_i. \quad (10)$$

Другими словами, все N времен релаксации имеют общий коэффициент τ , который является функцией как фактической температуры T , так и средней фиктивной температуры T_f , задаваемой уравнением (6). Значения τ масштабируются коэффициентами K_i из аппроксимации ряда Прони в уравнении (7).

Коэффициент τ определяется неравновесной вязкостью согласно теории релаксации Максвелла

$$\tau(T, T_f) = \eta(T, T_f) / G, \quad (11)$$

где G имеет смысл модуля сдвига. В данной работе рассматривается случай $N = 2$.

4. Одновременный учет влияния напряжения и фиктивной температуры на процесс релаксации

Описанная выше модель учитывает только процесс, связанный с релаксацией структуры в силу температурных эффектов, то есть из-за того, что текущая температура отличается от равновесной. Для учета влияния напряжения мы предлагаем модифицировать второе выражение в (5) следующим образом:

$$\lg \frac{\eta_{ne}(T, T_f)}{A} = \lg \exp \left(\frac{\Delta H - \frac{\alpha (\text{tr} \boldsymbol{\sigma})^2}{G_*} - \beta \text{tr} \boldsymbol{\sigma}}{kT} \right) - BT_f, \quad (12)$$

где α и β – параметры материала, коэффициент G_* имеет размерность модуля упругости, $\text{tr} \boldsymbol{\sigma}$ – первый инвариант тензора напряжений.

В основе этой модели лежит концепция, согласно которой вязкое течение осуществляется благодаря наличию в стекле некоторого свободного объема, не занятого молекулами [29]. В (12) слагаемое с квадратичной зависимостью от первого инварианта тензора напряжений отражает снижение энергетического барьера, а слагаемое с линейной зависимостью от первого инварианта учитывает асимметричность этого снижения и различие между растягивающими и сжимающими напряжениями, которые могут увеличивать и уменьшать свободный объем.

5. Релаксации температурных напряжений в диске

В качестве примера решим задачу о температурных напряжениях, распределенных по толщине диска ($\theta = \theta(z)$). Рассмотрим диск, свободный от внешних нагрузок (рис. 3).

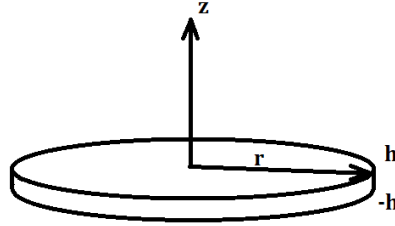


Рис. 3. Тонкий диск

Сначала найдем напряжения, порождаемые температурой в упругой пластине. Эти напряжения будут начальными для последующего этапа релаксации.

В цилиндрических координатах уравнения равновесия имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_{\varphi r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_{\varphi z}}{\partial z} + 2 \frac{\sigma_{\varphi r}}{r} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{z\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\sigma_{zr}}{r} &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

На верхней и нижней поверхностях $z = \pm h$, $\sigma_z = 0$, $\sigma_{\varphi z} = 0$ и $\sigma_{rz} = 0$. Тогда в силу уравнений равновесия эти напряжения равны нулю во всем диске. Также примем, что ненулевые напряжения не зависят от r и φ . Тогда $\sigma_{\varphi r} = 0$, и остается одно уравнение равновесия

$$\frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0, \quad (14)$$

откуда следует, что

$$\sigma_r = \sigma_\varphi. \quad (15)$$

Закон Гука запишем в форме Дюамеля–Неймана, учитывающей температурное слагаемое:

$$\sigma_r = (\lambda + 2\mu) \varepsilon_r + \lambda (\varepsilon_\varphi + \varepsilon_z) - 3K\alpha_\theta \theta(z); \quad (16)$$

$$\sigma_\varphi = (\lambda + 2\mu) \varepsilon_\varphi + \lambda (\varepsilon_r + \varepsilon_z) - 3K\alpha_\theta \theta(z); \quad (17)$$

$$\sigma_z = (\lambda + 2\mu) \varepsilon_z + \lambda (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) - 3K\alpha_\theta \theta(z). \quad (18)$$

Здесь α_θ – коэффициент линейного расширения, $\theta(z)$ – заданная функция температуры, $K = \lambda + \frac{2}{3}\mu$ – модуль объемного сжатия, λ и μ – коэффициенты Ламе.

Из (15) – (17) следует, что

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\varphi. \quad (19)$$

При этом $\varepsilon_r = \varepsilon_r(z)$ и $\varepsilon_\varphi = \varepsilon_\varphi(z)$ – функции координаты z .

Так как $\sigma_z = 0$, из (18) и (19) следует, что

$$\varepsilon_z = \frac{9K\alpha_\theta \theta(z)}{3K + 4\mu} - \frac{3K - 2\mu}{3K + 4\mu} (\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi) = \frac{9K\alpha_\theta \theta(z)}{3K + 4\mu} - \frac{3K - 2\mu}{3K + 4\mu} 2\varepsilon_r. \quad (20)$$

Тогда, подставив (20) в (16), получим

$$\sigma_r = \sigma_\varphi = \frac{18K\mu}{3K+4\mu}\varepsilon_r - \frac{18K\mu}{3K+4\mu}K\alpha_\theta\theta(z). \quad (21)$$

Распределение деформаций должно удовлетворять условиям совместности деформаций. Из равенства нулю напряжений $\sigma_{\varphi z}$, σ_{rz} и $\sigma_{\varphi r}$ следует, что $\varepsilon_{\varphi z} = 0$, $\varepsilon_{rz} = 0$ и $\varepsilon_{\varphi r} = 0$. Оставшиеся ненулевые деформации от r и φ не зависят. В результате условия совместности, записанные в цилиндрических координатах, сводятся к соотношениям

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_r}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \varepsilon_\varphi}{\partial z^2} = 0, \quad (22)$$

откуда следует, что

$$\varepsilon_r = \varepsilon_\varphi = A_1 z + A_2, \quad (23)$$

где A_1 и A_2 – константы интегрирования.

Подставив (23) в (21), получим

$$\sigma_r = \frac{18K\mu}{3K+4\mu}(A_1 z + A_2 - \alpha_\theta\theta(z)). \quad (24)$$

Константы A_1 и A_2 найдем из интегральных граничных условий для σ_r (в смысле Сен-Венана):

$$\int_{-h}^h \sigma_r dz = 0; \quad \int_{-h}^h \sigma_r z dz = 0. \quad (25)$$

Подставив (24) в (25), получим

$$A_1 = \frac{3\alpha_\theta}{2h^3} \int_{-h}^h \theta(z) z dz; \quad A_2 = \frac{\alpha_\theta}{2h} \int_{-h}^h \theta(z) dz = 0. \quad (26)$$

Зная A_1 и A_2 , найдем ε_r и ε_φ из (23) и ε_z из (20).

Распределение напряжений (24) используем далее как начальное условие $\sigma_r(z, t = 0)$ при решении вязкоупругой задачи.

Для вязкоупругого случая из определяющего соотношения (1) следует уравнение

$$\left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_2}\right) \left(\dot{\varepsilon}_r - \frac{\dot{\vartheta}}{3}\right) + 2\frac{\mu_1}{\eta} \left(\varepsilon_r - \frac{\vartheta}{3}\right) = \frac{\dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}}{2\mu_2} + \frac{\sigma_r - \sigma}{\eta}, \quad (27)$$

где гидростатическая составляющая тензора напряжений связана с объемной деформацией ϑ и температурой соотношением

$$\sigma = K(\vartheta - 3\alpha_\theta\theta(z)). \quad (28)$$

Можно убедиться в том, что при переходе к вязкоупругому случаю деформации ε_r и ε_φ остаются такими же, как в упругом случае, то есть не зависят от времени (но зависят от координаты z). Из (28) следует, что объемная деформация $\vartheta = \sigma/K + 3\alpha_\theta\theta(z) = 2\sigma_r/3K + 3\alpha_\theta\theta(z)$. Подставив это выражение в (27), получим

$$\left(\frac{1}{6\mu_2} + \frac{2}{9K} \left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_2}\right)\right) \dot{\sigma}_r + \left(\frac{1}{3\eta} + \frac{4\mu_1}{9K\eta}\right) \sigma_r + \frac{2\mu_1}{\eta} (\alpha_\theta\theta(z) - A_1 z - A_2) = 0. \quad (29)$$

Подставив в (29) выражение для вязкости η в виде (3) с учетом влияния напряжений согласно (12), получим дифференциальное уравнение для нахождения распределения $\sigma_r(z, t)$. Решим это уравнение для случая $\theta(z) = \theta_0 \left(\frac{z}{h}\right)^2$ ($z = 0$ и $z = h$). Результаты представлены на рис. 4 для структур, близких к равновесной (при $\frac{T_f - T}{T_f} \ll 1$), и на рис. 5 вдали от равновесия (при $\frac{T_f - T}{T_f} \sim 1$). Показаны зависимости напряжений и вязкости на срединной плоскости $z = 0$ и внешней поверхности $z = h$. Параметры, при которых проводились расчеты, приведены в таблице 1. Величины параметров взяты из работы [7] и соответствуют экспериментальным данным.

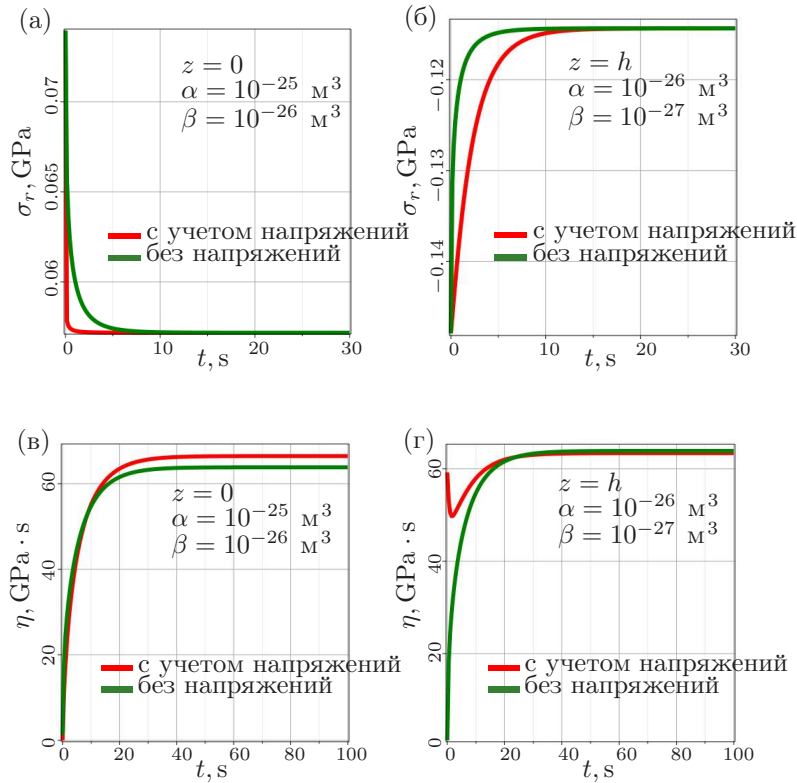


Рис. 4. Релаксация напряжения и зависимость вязкости от времени в случае структуры, близкой к равновесному состоянию, согласно модели, учитывающей и не учитывающей влияние напряжения на вязкость: (а), (в) – $z = 0$; (б), (г) – $z = h$

Табл. 1

Параметры материала, которые использовались при моделировании

Параметр	K, G_* [GPa]	μ_1 [GPa]	μ_2 [GPa]	θ_0 [$^{\circ}\text{C}$]	T [$^{\circ}\text{C}$]	p
Значение	30	20	15	300	650	6.32
Параметр	η_{∞} [Pa·s]	ΔH [J]	A [GPa·s]	B [$^{\circ}\text{C}^{-1}$]	G [GPa]	α_{θ} [$^{\circ}\text{C}^{-1}$]
Значение	0.05	$2.2 \cdot 10^{-19}$	394.2	0.0404	26	$9 \cdot 10^{-6}$

Результаты расчетов показывают, что для структуры, состояние которой близко к равновесному, на срединной плоскости растягивающее напряжение σ_r при использовании модели вязкости с учетом напряжений релаксирует быстрее, чем при использовании МАР-модели (3), так как учет напряжений уменьшает энергетический барьер (рис. 4 (а)). Вязкость при этом релаксирует к большему равновесному значению (рис. 4 (в)).

На поверхности диска сжимающее напряжение σ_r релаксирует медленнее при использовании модели вязкости с учетом напряжений, чем при использовании МАР-модели, так как учет знака напряжения в модели (12) через линейную зависимость от первого инварианта тензора напряжений увеличивает энергетический барьер, когда напряжения сжимающие (рис. 4 (б)). Начальное значение вязкости увеличивается, поэтому наблюдается падение вязкости в промежутке времени, соответствующем времени релаксации напряжения. Когда влияние напряжения становится незначительным, вязкость начинает релаксировать к равновесному состоянию (рис. 4 (г)).

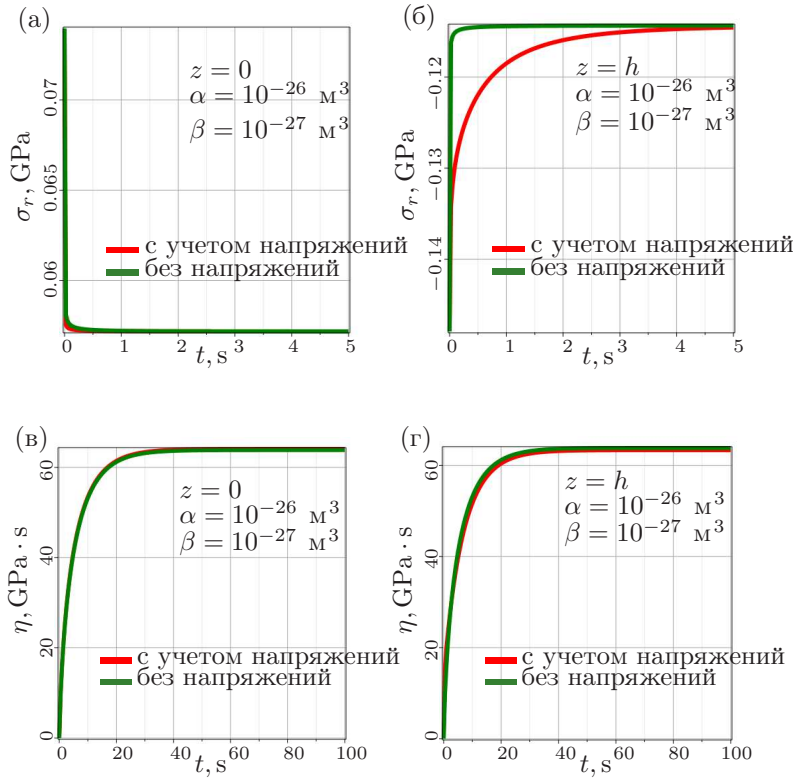


Рис. 5. Релаксация напряжения и зависимость вязкости от времени вдали от равновесия согласно модели, учитывающей и не учитывающей влияние напряжения на вязкость: (а), (в) – $z = 0$; (б), (г) – $z = h$

Для структуры вдали от равновесия на срединной плоскости учет напряжений в модели вязкости является более существенным на малых временах. Растягивающее напряжение σ_r релаксирует быстрее (рис. 5 (а)). Вязкость при этом релаксирует к тому же равновесному значению (рис. 5 (в)). На поверхности диска сжимающее напряжение σ_r релаксирует медленнее при использовании модели вязкости с учетом напряжений, чем при использовании МАР-модели, так как учет знака напряже-

ния в модели (12) через линейную зависимость от первого инварианта тензора напряжений увеличивает энергетический барьер, когда напряжения сжимающие (рис. 5 (б)), однако это влияние также наиболее существенно на малых временах, поэтому вязкость релаксирует к тому же равновесному значению (рис. 5 (г)).

Заключение

Развита модель, учитывающая одновременное влияние напряжений и фиктивной температуры на вязкость. На примере решения задачи о релаксации температурных напряжений в пластине с вязкостью, зависящей от напряжения и фиктивной температуры, показано, что:

- Учет влияния напряжений на вязкость наиболее важен, когда структура близка к равновесному состоянию;
- Вдали от равновесия учет влияния напряжений на вязкость существенен на малых временах;
- Растяжение может ускорять релаксацию напряжения, а сжатие – замедлять.

Благодарности. Авторы выражают благодарность Д. Аллану и К. Корешкову за обсуждение постановки задач и результатов работы. Работа выполнена в рамках госзадания Министерства науки и высшего образования РФ (№ 121112500318-1).

Литература

1. *Kao D.-B., McVittie J.P., Nix W.D., Saraswat K.C.* Two-dimensional thermal oxidation of silicon. II. Modeling stress effects in wet oxides // IEEE Trans. Electron Devices. 1988. V. 35, No 1. P. 25–37. <https://doi.org/10.1109/16.2412>.
2. *McDowell M.T., Lee S.W., Nix W.D., Cui Y.* 25th anniversary article: Understanding the lithiation of silicon and other alloying anodes for lithium-ion batteries // Adv. Mater. 2004. V. 25, No 36. P. 4966–4984. <https://doi.org/10.1002/adma.201301795>.
3. *Poluektov M., Freidin A.B., Figiel L.* Modelling stress-affected chemical reactions in non-linear viscoelastic solids with application to lithiation reaction in spherical Si particles // Int. J. Eng. Sci. 2018. V. 128. P. 44–62. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2018.03.007>.
4. *Мазурин О.В., Рехсон С.М., Старцев Ю.К.* О роли вязкости при расчете релаксации свойств стекла в интервале стеклования // Физ. хим. стекла. 1975. Т. 1, № 5. С. 438–442.
5. *Narayanaswamy O.S.* A model of structural relaxation in glass // J. Am. Ceram. Soc. 1971. V. 54, No 10. P. 491–498. <https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1971.tb12186.x>.
6. *Mazurin O.V., Kluyev V.P., Stolyar S.V.* Temperature dependences of structural relaxation times at constant fictive temperatures in oxide glasses // Glastechn. Ber. 1983. V. 56, No 2. P. 1148–1153.
7. *Mauro J.C., Allan D.C., Potuzak M.* Nonequilibrium viscosity of glass // Phys. Rev. B. 2009. V. 80, No 9. Art. 094204. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.80.094204>.
8. *Старцев Ю.К.* Некоторые области применения стекол, ожидающие исследователей (по материалам открытых публикаций) // Стекло: наука и практика (GLASSP2021). Сб. тез. Третьей Рос. конф. с междунар. участ. Ин-т химии силикатов им. И.В. Гребенщикова РАН. 2021. С. 40–41.
9. *Ellison A.J., Cornejo I.A.* Glass substrates for liquid crystal displays // Int. J. Appl. Glass Sci. 2010. V. 1, No 1. P. 87–103. <https://doi.org/10.1111/j.2041-1294.2010.00009.x>.

10. *Старцев Ю.К.* Стекла в дисплеях. Требования, особенности технологии, моделирование свойств. СПб: СПбГТИ (ТУ), 2008. 134 С.
11. *Zheng Q., Mauro J.C.* Variability in the relaxation behavior of glass: Impact of thermal history fluctuations and fragility // *J. Chem. Phys.* 2017. V. 146, No 7. Art. 074504. <https://doi.org/10.1063/1.4975760>.
12. *Бумаев А.М.* Прочность стекла. Ионообменное упрочнение. Махачкала, 1997. 249 С.
13. *Varshneya A.K.* Chemical strengthening of glass: Lessons learned and yet to be learned // *Int. J. Appl. Glass Sci.* 2010. V. 1, No 2. P. 131–142. <https://doi.org/10.1111/j.2041-1294.2010.00010.x>.
14. *Старцев Ю.К., Баханов В.А., Вострикова М.С.* Исследование особенностей релаксационных процессов в ионообмененных слоях промышленных стекол // Тез. докл. III Чехословацко-Советск. симп. по строению и свойствам силикатных и оксидных систем. Братислава, 1986. С. 102–104.
15. *Мазурин О.В., Старцев Ю.К., Кмеев В.П.* О структурной релаксации в ионообмененных стеклах // В кн.: Тез. докл. Всес. симп. «Релаксационные явления в неорганических стеклах». Тбилиси, 1984. С. 25–26.
16. *Startsev Yu.K.* Influence of structural relaxation on changes in properties of ion-exchanged glasses // *XIVth Int. Congr. Glass. New Delhi.* 1986. V. 2. P. 363–369.
17. *Fu A.I., Mauro J.C.* Mutual diffusivity, network dilation, and salt bath poisoning effects in ion-exchanged glass // *J. Non-Cryst. Solids.* 2013. V. 363. P. 199–204. <https://doi.org/10.1016/j.jnoncrysol.2012.12.037>.
18. *Chizhik S.A., Sidel'nikov A.A.* Kinetics of solid state reactions with a positive feedback between the reaction and fracture. 2. The kinetics of ion exchange in an alkaline-silicate glass // *Russ. Chem. Bull.* 1998. V. 47, No 4. P. 610–614. <https://doi.org/10.1007/BF02495963>.
19. *Chizhik S.A., Sidel'nikov A.A.* Kinetics of the $Na^+ \rightarrow Li^+$ ion exchange in alkali silicate glass // *Glass Phys. Chem.* 2000. V. 26, No 3. P. 280–286. <https://doi.org/10.1007/BF02738298>.
20. *Chizhik S.A., Sidel'nikov A.A.* The kinetics of solid state reactions accompanied by fracture: I. Reaction of ion exchange in lime-soda glass // *Solid State Ionics.* 2007. V. 178, No 23–24. P. 1344–1352. <https://doi.org/10.1016/j.ssi.2007.07.011>.
21. *Mauro J.C., Ellison A.J., Pye L.D.* Glass: The nanotechnology connection // *Int. J. Appl. Glass Sci.* 2013. V. 4, No 2. P. 64–75. <https://doi.org/10.1111/ijag.12030>.
22. *Mauro J.C., Tandia A., Vargheese K.D., Mauro Y.Z., Smedskjaer M.M.* Accelerating the design of functional glasses through modeling // *Chem. Mater.* 2016. V. 28, No 12. P. 4267–4277. <https://doi.org/10.1021/acs.chemmater.6b01054>.
23. *Mauro J.C.* Decoding the glass genome // *Curr. Opin. Solid State Mater. Sci.* 2018. V. 22, No 2. P. 58–64. <https://doi.org/10.1016/j.cossms.2017.09.001>.
24. *Tsujikawa K., Tajima K., Zhou J.* Intrinsic loss of optical fibers // *Opt. Fiber Technol.* 2005. V. 11, No 4. P. 319–331. <https://doi.org/10.1016/j.yofte.2005.04.003>.
25. *Mauro J.C., Soyer Uzun S., Bras W., Sen S.* Nonmonotonic evolution of density fluctuations during glass relaxation // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 102. Art. 155506. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.155506>.
26. *Mauro J.C.* Effect of fragility on relaxation of density fluctuations in glass // *J. Non-Cryst. Solids.* 2011. V. 357, No 19–20. P. 3520–3543. <https://doi.org/10.1016/j.jnoncrysol.2011.06.028>.

27. Рейнер М. Реология. М: Наука, 1965. 224 С.
28. Мазурин О.В. Стеклование. Л: Наука, 1986. 158 С.
29. Таганцев Д.К. Стеклообразные материалы: учебное пособие. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. 204 С.
30. Tool A.Q. Relation between inelastic deformability and thermal expansion of glass in its annealing range // J. Am. Ceram. Soc. 1946. V. 29, No 9. P. 240–253. <https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1946.tb11592.x>.
31. Mauro J.C., Yue Y., Ellison A.J., Gupta P.K., Allan D.C. Viscosity of glass-forming liquids // Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A. 2009. V. 106, No 47. P. 19780–19784. <https://doi.org/10.1073/pnas.0911705106>.
32. Ritland H.N. Limitations of the fictive temperature concept // J. Am. Ceram. Soc. 1956. V. 39, No 12. P. 403–406. <https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1956.tb15613.x>.
33. Mauro J.C., Mauro Y.Z. On the Prony series representation of stretched exponential relaxation // Phys. A: Stat. Mech. Appl. 2018. V. 506. P. 75–87. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.04.047>.
34. Phillips J.C. Kohlrausch explained: The solution to a problem that is 150 years old // J. Stat. Phys. 1994. V. 77, No 3–4. P. 945–947. <https://doi.org/10.1007/BF02179472>.
35. Phillips J.C. Stretched exponential relaxation in molecular and electronic glasses // Rep. Prog. Phys. 1996. V. 59. P. 1133–1207. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/59/9/003>.
36. Fotheringham U., Muller R., Erb K., Baltes A., Siebers F., Weiß E., Dudek R. Evaluation of the calorimetric glass transition of glasses and glass ceramics with respect to structural relaxation and dimensional stability // Thermochim. Acta. 2007. V. 461, No 1–2. P. 72–81. <https://doi.org/10.1016/j.tca.2007.06.007>.

Поступила в редакцию 30.06.2023

Принята к публикации 5.09.2023

Карасева Ульяна Павловна, аспирант, стажер-исследователь лаборатории математических методов механики материалов Института проблем машиноведения РАН

Институт проблем машиноведения РАН

Большой просп. Васильевского острова, д. 61, г. Санкт-Петербург, 199178, Россия

E-mail: u.p.karaseva@gmail.com

Фрейдin Александр Борисович, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, заведующий лабораторией математических методов механики материалов Института проблем машиноведения РАН

Институт проблем машиноведения РАН

Большой просп. Васильевского острова, д. 61, г. Санкт-Петербург, 199178, Россия

E-mail: alexander.freidin@gmail.com

UCHENYE ZAPISKI KAZANSKOGO UNIVERSITETA.
SERIYA FIZIKO-MATEMATICHESKIE NAUKI
(Proceedings of Kazan University. Physics and Mathematics Series)
2023, vol. 165, no. 3, pp. 219–235

ORIGINAL ARTICLE

doi: 10.26907/2541-7746.2023.3.219-235

On the Effect of Stress on the Nonequilibrium Viscosity of Glasses

U.P. Karaseva*, A.B. Freidin**

*Institute for Problems in Mechanical Engineering,
Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, 199178 Russia*
E-mail: *u.p.karaseva@gmail.com, **alexander.freidin@gmail.com

Received June 30, 2023; Accepted September 5, 2023

Abstract

Two processes related to the relaxation of a glassy material's structure were discussed. One entails stress relaxation, while the other involves the relaxation of the structure to its equilibrium state following the stress relief and is described by the change of fictive temperature. Both processes affect the viscosity coefficient. The nonequilibrium viscosity model was analyzed with account of these relaxation processes. The importance of considering stresses when modeling the viscoelastic behavior of glassy materials was showcased by solving the problem of stress relaxation in a plate under thermal stresses.

Keywords: stress relaxation, viscosity models, fictive temperature, nonequilibrium structure, thermal stresses

Acknowledgments. We thank D. Allan and K. Koreshkov for their fruitful discussions on the problems and results of the research. This study was performed as part of the state assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (project no. 121112500318-1).

Figure Captions

Fig. 1. Standard model of a viscoelastic material.

Fig. 2. Graphical method for determining the fictive temperature T_f . EE – equilibrium dependence of the property. GG – dependence of the property characteristic of the substance in the glassy state [28].

Fig. 3. Thin disk.

Fig. 4. Stress relaxation and time-viscosity relation in a near-equilibrium structure according to the model with and without considering the stress effect on viscosity: (a), (c) – $z = 0$; (b), (d) – $z = h$.

Fig. 5. Stress relaxation and time-viscosity relation in a nonequilibrium structure according to the model with and without considering the stress effect on viscosity: (a), (c) – $z = 0$; (b), (d) – $z = h$.

References

1. Kao D.-B., McVittie J.P., Nix W.D., Saraswat K.C. Two-dimensional thermal oxidation of silicon. II. Modeling stress effects in wet oxides. *IEEE Trans. Electron Devices*, 1988, vol. 35, no. 1, pp. 25–37. <https://doi.org/10.1109/16.2412>.
2. McDowell M.T., Lee S.W., Nix W.D., Cui Y. 25th anniversary article: Understanding the lithiation of silicon and other alloying anodes for lithium-ion batteries. *Adv. Mater.*, 2004, vol. 25, no. 36, pp. 4966–4984. <https://doi.org/10.1002/adma.201301795>.
3. Poluektov M., Freidin A.B., Figiel L. Modelling stress-affected chemical reactions in non-linear viscoelastic solids with application to lithiation reaction in spherical Si particles. *Int. J. Eng., Sci.*, 2018, vol. 128, pp. 44–62. <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2018.03.007>.
4. Mazurin O.V., Rekhson S.M., Startsev Yu.K. On the role of the viscosity in calculation of glass properties in glass transition range. *Fiz. Khim. Stekla*, 1975, vol. 1, no. 5, pp. 438–442. (In Russian)
5. Narayanaswamy O.S. A model of structural relaxation in glass. *J. Am. Ceram. Soc.*, 1971, vol. 54, no. 10, pp. 491–498. <https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1971.tb12186.x>.
6. Mazurin O.V., Kluyev V.P., Stolyar S.V. Temperature dependences of structural relaxation times at constant fictive temperatures in oxide glasses. *Glastech. Ber.*, 1983, vol. 56, no. 2, pp. 1148–1153.
7. Mauro J.C., Allan D.C., Potuzak M. Nonequilibrium viscosity of glass. *Phys. Rev. B*, 2009, vol. 80, no. 9, art. 094204. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.80.094204>.
8. Startsev Yu.K. Potential glass applications awaiting further exploration (based on open-access publications). *Steklo: nauka i praktika (GLASSP2021). Sb. tez. Tret'ei Ros. konf. s mezhdunar. uchast.* [Glass: Science and Practice (GLASSP2021). Proc. 3rd Russ. Conf. with Int. Participation]. Inst. Khim. Silik. im. I.V. Grebenshchikova, Ross. Akad. Nauk, 2021, pp. 40–41. (In Russian)
9. Ellison A.J., Cornejo I.A. Glass substrates for liquid crystal displays. *Int. J. Appl. Glass Sci.*, 2010, vol. 1, no. 1, pp. 87–103. <https://doi.org/10.1111/j.2041-1294.2010.00009.x>.
10. Startsev Yu.K. *Stekla v displayakh. Trebovaniya, osobennosti tekhnologii, modelirovanie svoistv* [Glass in Displays. Requirements, Technology, and Simulation of Properties]. St. Petersburg, SPbGTI (TU), 2008. 134 p. (In Russian)
11. Zheng Q., Mauro J.C. Variability in the relaxation behavior of glass: Impact of thermal history fluctuations and fragility. *J. Chem. Phys.*, 2017, vol. 146, no. 7, art. 074504. <https://doi.org/10.1063/1.4975760>.
12. Butaev A.M. *Prochnost' stekla. Ionoobmennoe uprochnenie* [Strength of Glass. Ion-Exchange Hardening]. Makhachkala, 1997. 249 p. (In Russian)
13. Varshneya A.K. Chemical strengthening of glass: Lessons learned and yet to be learned. *Int. J. Appl. Glass Sci.*, 2010, vol. 1, no. 2, pp. 131–142. <https://doi.org/10.1111/j.2041-1294.2010.00010.x>.
14. Startsev Yu.K., Bakhanov V.A., Vostrikova M.S. Relaxation processes in ion-exchange layers of industrial glasses. *Tez. dokl. III Chekhoslovatsko-Sovetsk. simp. po stroeniyu i svoistvam sikikatnykh i oksidnykh sistem* [Proc. III Czechoslovak-Soviet Symp. on Structure and Properties of Silicate and Oxide Systems]. Bratislava, 1986, pp. 102–104. (In Russian)
15. Mazurin O.V., Startsev Yu.K., Klyuev V.P. On structural relaxation in ion-exchange glasses. *Tez. dokl. Vses. simp. "Relaksatsionnye yavleniya v neorganicheskikh steklakh"* [Proc. All-Union Symp. "Relaxation Phenomena in Inorganic Glasses"]. Tbilisi, 1984, pp. 25–26. (In Russian)

16. Startsev Yu.K. Influence of structural relaxation on changes in properties of ion-exchanged glasses. *XIVth Int. Congr. Glass*. Vol. 2. New Delhi, 1986, pp. 363–369.
17. Fu A.I., Mauro J.C. Mutual diffusivity, network dilation, and salt bath poisoning effects in ion-exchanged glass. *J. Non-Cryst. Solids*, 2013, vol. 363, pp. 199–204. <https://doi.org/10.1016/j.jnoncrysol.2012.12.037>.
18. Chizhik S.A., Sidel'nikov A.A. Kinetics of solid state reactions with a positive feedback between the reaction and fracture. 2. The kinetics of ion exchange in an alkaline-silicate glass. *Russ. Chem. Bull.*, 1998, vol. 47, no. 4, pp. 610–614. <https://doi.org/10.1007/BF02495963>.
19. Chizhik S.A., Sidel'nikov A.A. Kinetics of the $Na^+ \rightarrow Li^+$ ion exchange in alkali silicate glass. *Glass Phys. Chem.*, 2000, vol. 26, no. 3, pp. 280–286. <https://doi.org/10.1007/BF02738298>.
20. Chizhik S.A., Sidel'nikov A.A. The kinetics of solid state reactions accompanied by fracture: I. Reaction of ion exchange in lime-soda glass. *Solid State Ionics*, 2007, vol. 178, nos. 23–24, pp. 1344–1352. <https://doi.org/10.1016/j.ssi.2007.07.011>.
21. Mauro J.C., Ellison A.J., Pye L.D. Glass: The nanotechnology connection. *Int. J. Appl. Glass Sci.*, 2013, vol. 4, no. 2, pp. 64–75. <https://doi.org/10.1111/ijag.12030>.
22. Mauro J.C., Tandia A., Vargheese K.D., Mauro Y.Z., Smedskjaer M.M. Accelerating the design of functional glasses through modeling. *Chem. Mater.*, 2016, vol. 28, no. 12, pp. 4267–4277. <https://doi.org/10.1021/acs.chemmater.6b01054>.
23. Mauro J.C. Decoding the glass genome. *Curr. Opin. Solid State Mater. Sci.*, 2018, vol. 22, no. 2, pp. 58–64. <https://doi.org/10.1016/j.cossms.2017.09.001>.
24. Tsujikawa K., Tajima K., Zhou J. Intrinsic loss of optical fibers. *Opt. Fiber Technol.*, 2005, vol. 11, no. 4, pp. 319–331. <https://doi.org/10.1016/j.yofte.2005.04.003>.
25. Mauro J.C., Soyer Uzun S., Bras W., Sen S. Nonmonotonic evolution of density fluctuations during glass relaxation. *Phys. Rev. Lett.*, 2009, vol. 102, art. 155506. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.155506>.
26. Mauro J.C. Effect of fragility on relaxation of density fluctuations in glass. *J. Non-Cryst. Solids*, 2011, vol. 357, nos. 19–20, pp. 3520–3543. <https://doi.org/10.1016/j.jnoncrysol.2011.06.028>.
27. Reiner M. *Reologiya* [Rheology]. Moscow, Nauka, 1965. 224 p. (In Russian)
28. Mazurin O.V. *Steklovanie* [Glass Transition]. Leningrad, Nauka, 1986. 158 p. (In Russian)
29. Tagantsev D.K. *Stekloobraznye materialy: uchebnoe posobie* [Glassy Materials: A Text-book]. St. Petersburg, Izd. Politekh. Univ., 2010. 204 p. (In Russian)
30. Tool A.Q. Relation between inelastic deformability and thermal expansion of glass in its annealing range. *J. Am. Ceram. Soc.*, 1946, vol. 29, no. 9, pp. 240–253. <https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1946.tb11592.x>.
31. Mauro J.C., Yue Y., Ellison A.J., Gupta P.K., Allan D.C. Viscosity of glass-forming liquids. *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.*, 2009, vol. 106, no. 47, pp. 19780–19784. <https://doi.org/10.1073/pnas.0911705106>.
32. Ritland H.N. Limitations of the fictive temperature concept. *J. Am. Ceram. Soc.*, 1956, vol. 39, no. 12, pp. 403–406. <https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1956.tb15613.x>.
33. Mauro J.C., Mauro Y.Z. On the Prony series representation of stretched exponential relaxation. *Phys. A: Stat. Mech. Appl.*, 2018, vol. 506, pp. 75–87. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.04.047>.

-
34. Phillips J.C. Kohlrausch explained: The solution to a problem that is 150 years old. *J. Stat. Phys.*, 1994, vol. 77, nos. 3–4, pp. 945–947. <https://doi.org/10.1007/BF02179472>.
 35. Phillips J.C. Stretched exponential relaxation in molecular and electronic glasses. *Rep. Prog. Phys.*, 1996, vol. 59, pp. 1133–1207. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/59/9/003>.
 36. Fotheringham U., Muller R., Erb K., Baltes A., Siebers F., Weiß E., Dudek R. Evaluation of the calorimetric glass transition of glasses and glass ceramics with respect to structural relaxation and dimensional stability. *Thermochim. Acta*, 2007, vol. 461, nos. 1–2, pp. 72–81. <https://doi.org/10.1016/j.tca.2007.06.007>.
-

⟨ **Для цитирования:** Карасева У.П., Фрейдун А.Б. О влиянии напряжений на неравновесную вязкость стекол // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 2023. Т. 165, кн. 3. С. 219–235. URL: <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2023.3.219-235>. ⟩

⟨ **For citation:** Karaseva U.P., Freidin A.B. On the effect of stress on the nonequilibrium viscosity of glasses. *Uchenye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko-Matematicheskie Nauki*, 2023, vol. 165, no. 3, pp. 219–235. URL: <https://doi.org/10.26907/2541-7746.2023.3.219-235>. (In Russian) ⟩